

地震

第 2 輯

第 13 卷 第 3 號

昭和 35 年

論 說

構造物の剪断振動と弾性地盤の相互作用

附： ロッキングの最大倍率 佐藤泰夫・山口林造..127

地球のねじり振動（第 2 報） 竹内 均・斎藤正徳..141

波浪はどこで脈動に変わるか？ 三 東 哲 夫..150

分散性表面波の解析 佐 藤 泰 夫..163

寄 書

二相二成分系としてみた C 層の構造 島津康男・坂田哲之..193

計数放電管を用いたスターター 山崎良雄..194

地 震 時 報196

学 会 記 事197

地 震 学 会

地震学会々則

1. 本会は地震およびこれに関連する諸現象の研究並びにその応用に関する知識を交換，普及し震火災防止に貢献することを目的とする。
2. 本会は地震学会と称して，事務所を東京大学地球物理学教室におく。
3. 本会はその目的を達するため下記の事業を行う。
(i) 通常総会および臨時総会 (ii) 学術講演会
(iii) 会誌「地震」の発行 (iv) 其他必要な事業
通常総会は毎年必ず1回適当な時期に行い，臨時総会は委員5名以上あるいは会員30名以上の請求のあつた時に開く。総会の成立は普通会员1/5以上の出席(委任状を含む)を要する。
4. 本会々員は名誉会員，普通会员，購読会員，及び賛助会員とする。会員となろうとする者は会費1ケ年分をそえて本会事務所へ申込むものとする。
5. 地方あるいは特別の機関等に支部をおくことができる。
6. 委員長1名，委員若干名をおく。
7. 委員長は本会を代表し，各委員は編輯，庶務，会計等の事務を分担し，そのために若干名の幹事をおくことが出来る。幹事は委員長が委嘱する。
8. 本会には顧問若干名をおくことができる。
9. 委員は普通会员の互選によつて選出する。委員長は委員の互選による。委員長及び委員の任期は1年とし，再選をさまたげない。
10. 委員及び委員長の更迭期を3月末とする。途中補欠として加つたものの任期は前任者の残存期間とする。

附 則

1. 普通会员，購読会員の会費は1年500円とする。
2. 会費年1口(10000円)以上をおさめたものを賛助会員とする。
3. 支部のないときは連絡幹事をおく。連絡幹事は委員長が委嘱する。
4. 本会則は総会(又は臨時総会)に於て出席会員の過半数の賛成により改訂又は附加することが出来る。

委 員 (1960年3月選出)

委員長	飯田 汲事				
委 員	飯田 汲事(名古屋大)	早川 正巳(地質調)	萩原 尊礼(東大)	西村 英一(京大)	
	本多 弘吉(東大)	友田 好文(東大)	和達 清夫(気象庁)	河角 広(東大)	
	金子 徹一(地質調)	金井 清(東大)	笠原 慶一(東大)	竹内 均(東大)	
	田治米 鏡二(北大)	坪井 忠二(東大)	宇津 徳治(気象庁)	宇佐美 竜夫(気象庁)	
	井上 宇胤(気象庁)	松沢 武雄(北大)	田 望(北大)	浅田 敏(東大)	
	浅野 周三(東大)	佐藤 良輔(東大)	佐藤 泰夫(東大)	佐々 憲三(京大)	
	三木 晴男(京大)	島津 康男(名古屋大)	下鶴 大輔(九大)	広野 卓蔵(気象庁)	
	末広 重二(気象庁)	鈴木 次郎(東北大)			
庶務係幹事	友田 好文	浅野 周三	島津 康男	宇佐美 竜夫	
会計係幹事	宇津 徳治	佐藤 良輔			
会計監査	鈴木 次郎	金子 徹一			
編輯係幹事	竹内 均	小林 直太	赤松 敬	安芸 敬一	
学会連絡幹事	広野 卓蔵				
地方連絡幹事	田治米 鏡二	鈴木 次郎	島津 康男	三木 晴男	下鶴 大輔
編集委員会委員	坪井 忠二	松沢 武雄	萩原 尊礼	本多 弘吉	佐々 憲三
顧問	中村 左衛門太郎	北沢 五郎			

構造物の剪断振動と弾性地盤の相互作用

附: ロッキングの最大倍率

東京大学地震研究所 佐 藤 泰 夫
" " 山 口 林 造

(昭和 35 年 3 月 19 日受理)

Coupling Effect of Shear Vibrations of the Structure with Elastic Foundations, and the Maximum Response of the Rocking Motion

Yasuo SATÔ and Rinzo YAMAGUCHI

Earthquake Research Institute, Tokyo University

(Received March 19, 1960)

Shear vibration of a continuous circular column, excited by ground motions, is discussed taking into account the coupling effect of the vibrating body and the elastic foundation, the calculation being based on the theory of I. Toriumi.

A few years ago a similar study was made on the vertical, rocking and the horizontal motion of one mass system, but parameters involved cover wider range in the present study.

Maximum values of the response curves of rocking motion are given taking various values of the ratio (density of structure)/(density of foundation).

Empirical formulas are presented which hold among the parameters giving maximum response.

§1. 緒 言

さきにわれわれは半無限弾性体の地盤と建築物とを一体の振動系と考えると、その上下動、ロッキングおよび水平動について計算を行つた¹⁾。その際、水平動の計算は単一質量の力学系について行つたのであるが、本篇では一様な円柱を仮定して、その剪断振動について振動特性を調べた。計算の基礎になる部分は、前回同様島海氏の理論²⁾によつた。したがつて基本的な仮定もまた、前と同様である。すなわち、円形の底面で応力が一定、外部では0とする。地震波としては、鉛直下方から純粹の水平動が入射するものとする。

なお今回は橋脚等の振動にも適用しうよう、前に行つた計算のパラメーターの範囲を拡張した。最後にロッキングについて行つた最大倍率と他の諸量との関係を示した。

§2. 記 号

記号はさきに使用したものはそのまま使用し、二三新しい物をつけ加える。必要なものを以下に示す。

$$A = 2\mu\pi r_0 / (f_{1H} + if_{2H}).$$

A_H 入射地震波，水平動の振幅。

$$a_0 = pr_0\sqrt{\rho/\mu} = pr_0/V_s = 2\pi r_0/(S \text{ 波の波長}).$$

$a_{0,\text{MAX}}$ 極大の倍率を与える a_0 の値。

$$E_0 = \pi r_0^2.$$

f_{1H}, f_{2H} 鳥海氏の論文中，水平動に関する f_1 および f_2 。

l_0 構造物の重心までの高さ。

p 入射波の角振動数。

Q_H 構造物から地盤に伝達される水平の不平衡力。

r_0 構造物の半径。

U_1 水平動の入射による自由表面の変位。

U_D 水平動の場合，構造物があるために生ずる底面の附加的変位。

U_R ロッキングの場合，重心の水平変位。

V_s, V_{s0} 地盤および構造物の内部を伝わる S 波の速度 ($V_s = \sqrt{\mu/\rho}$, $V_{s0} = \sqrt{\mu_0/\rho_0}$).

$$|X| = |U_R/U_1|.$$

$$|Y'| = |l_0 \Gamma_R/U_1|.$$

y_x 高さ x における構造物の絶対変位。

Γ_R ロッキングの場合，構造物の傾斜角。

μ, μ_0 地盤および構造物の剛性率。

ρ, ρ_0 同上，密度。

ϑ_H 水平動の場合，入射波と構造物の変位の位相差。

\mathfrak{B}_{HB} 同上，自由表面の変位に対する構造物の底面の変位倍率。 ($= |(U_1 + U_D)/U_1|$)

\mathfrak{B}_{HT} 同上，構造物の頂部の変位倍率。

§ 3. 連続体の剪断振動

構造物を連続体と考えて，鉛直下方から振巾 A_H ，角振動数 p の水平動の波が入射した場合を扱う。Fig. 1 において，構造物がなければ自由表面での振動は

$$U_1 = 2A_H \exp(ipt) \quad (3.1)$$

構造物があるために生ずる附加的な変位を

$$U_D = U \exp(ipt) \quad (3.2)$$

また，高さ x における構造物の底面に対する相対変位を

$$y = Y \exp(ipt) \quad (3.3)$$

と書けば、構造物の高さ x のところでの絶対変位は、

$$y_x = U_1 + U_D + y \quad (3.4)$$

構造物に対する運動方程式は

$$\rho_0 \frac{\partial^2 y_x}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (3.5)$$

上式を代入して

$$\frac{d^2 Y}{dx^2} + k^2 (2A_H + U + Y) = 0 \quad (3.6)$$

ここに $k^2 = p^2 \rho_0 / \mu_0 = p^2 / V_{s0}^2$

この式の解は

$$2A_H + U + Y = \alpha \cos kx + \beta \sin kx \quad (3.7)$$

の形に得られるが、常数 α, β は境界条件によつて定まるものである。

まづ底面 $x = 0$ においては

$$Y = 0, \quad E_0 \mu_0 \frac{dY}{dx} = Q_H \quad (3.8)$$

ただし、 Q_H は構造物があるために生じた附加的な変位 U_D に関する力で、鳥海氏の理論によれば

$$U_D = \frac{1}{A} Q_H \exp(ipt)$$

したがつて (3.2) から

$$AU = Q_H \quad (3.9)$$

したがつて (3.8) を用いて

$$2A_H + U = \alpha, \quad AU = E_0 \mu_0 k \beta \quad (3.10)$$

が成立つ。

また構造物の上端 $x = 2l_0$ においては

$$E_0 \mu_0 \frac{dY}{dx} = 0 \quad (3.11)$$

であるから

$$-\alpha \sin(2kl_0) + \beta \cos(2kl_0) = 0 \quad (3.12)$$

(3.10), (3.12) から

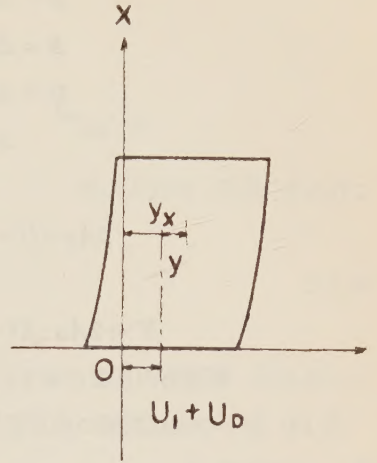


Fig. 1.

$$\begin{aligned}
 \alpha &= 2A_H \cdot A \cos(2kl_0)/\Delta \\
 \beta &= 2A_H \cdot A \sin(2kl_0)/\Delta \\
 U &= 2A_H \cdot E_0 \mu_0 k \sin(2kl_0)/\Delta \\
 \Delta &= A \cos(2kl_0) - E_0 \mu_0 k \sin(2kl_0)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

これらを (3.7) に代入して

$$2A_H + U + Y = 2A_H \cdot A \cos\{k(2l_0 - x)\}/\Delta \tag{3.14}$$

ゆえに

$$Y = 2A_H \cdot A [-\cos(2kl_0) + \cos\{k(2l_0 - x)\}]/\Delta \tag{3.15}$$

この式から、構造物内任意の高さにおける変位を求めることができる。

(3.10) 第一の式は底面の絶対変位を表わす量であるから、入射波に対する変位の倍率を \mathfrak{B}_{HB} とすれば

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{B}_{HB} \exp(-i\vartheta_H) &= (2A_H + U)/(2A_H) \\
 &= 1 / \left\{ 1 - \frac{E_0 \mu_0 k}{A} \tan(2kl_0) \right\} \\
 &= 1 / \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{\rho_0 V_{s0}}{\rho V_s} a_0 (f_{1H} + if_{2H}) \tan\left(2 \frac{V_s}{V_{s0}} \frac{l_0}{r_0} a_0\right) \right\}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

と表わされる。

また構造物上端の絶対変位は (3.14) に $x = 2l_0$ を代入して得られる。この値と自由地表面の振巾との比を、 \mathfrak{B}_{HT} にならつて、 \mathfrak{B}_{HT} と書けば

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{B}_{HT} \exp(-i\vartheta_H) &= (2A_H + U + Y)_{x=2l_0}/(2A_H) \\
 &= 1 / \cos(2kl_0) \left\{ 1 - \frac{E_0 \mu_0 k}{A} \tan(2kl_0) \right\}
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

(3.16) から

$$\mathfrak{B}_{HT} = \mathfrak{B}_{HB} / \cos\left(2 \frac{V_s}{V_{s0}} \frac{l_0}{r_0} a_0\right) \tag{3.18}$$

となる。

§3.1. \mathfrak{B}_{HB} および \mathfrak{B}_{HT} の数値計算

関係ある種々の量に適当な値を入れて、数値計算を行つた結果を以下に示す。

まづ構造物と地盤の密度比を $1/4$ と置く。

Fig. 2 は構造物と地盤内を伝わる S 波の速さを等しいとおき、構造物の縦横の比 l_0/r_0 をパラメーターにとつて、 $a_0 = pr_0/V_s$ に対する \mathfrak{B}_{HB} の値を示したものである。 \mathfrak{B}_{HT} に関する同様な図は Fig. 3 に示す。

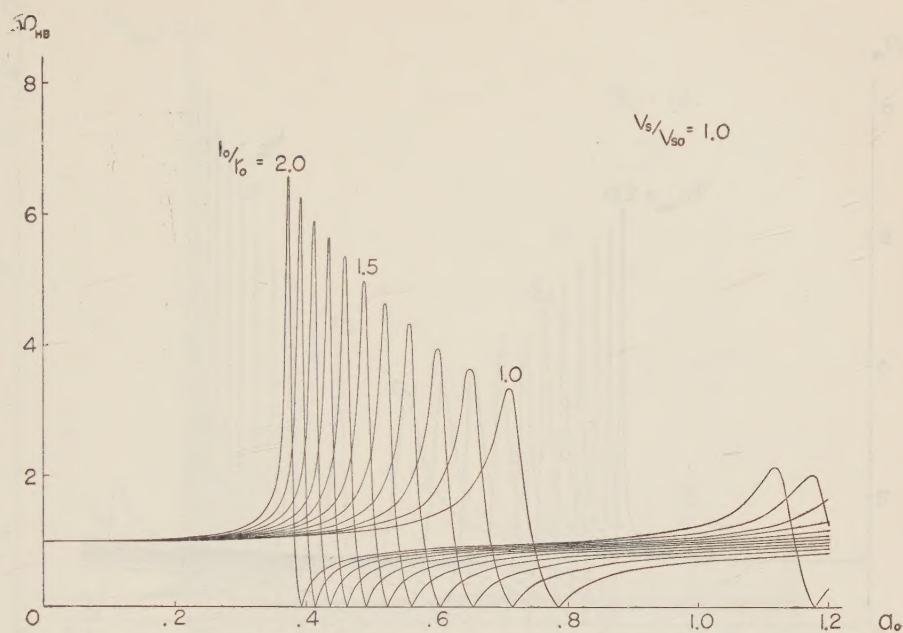


Fig. 2. Amplitude of the base of structure for the case $V_s = V_{s0}$.

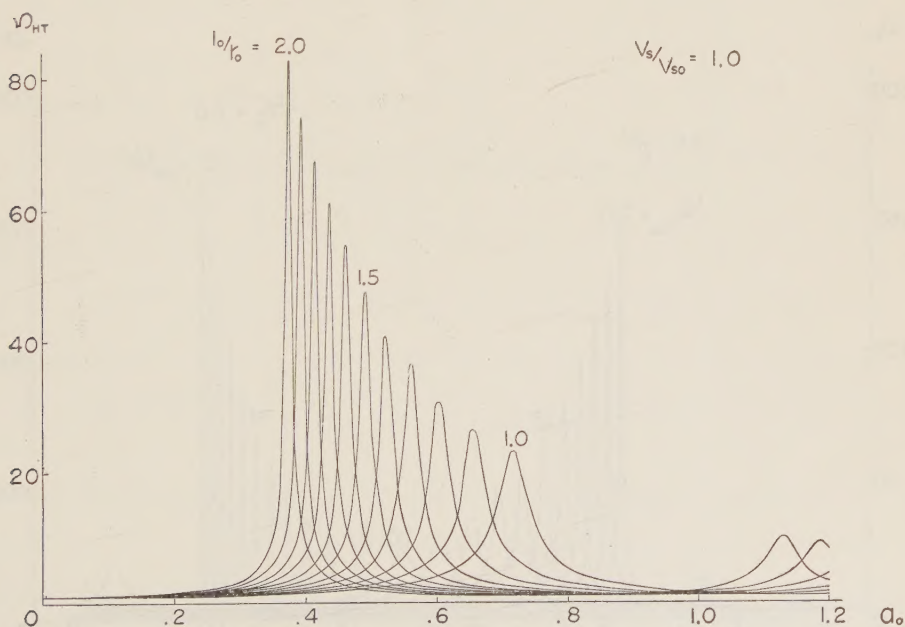


Fig. 3. Amplitude of the top of structure for the case $V_s = V_{s0}$.

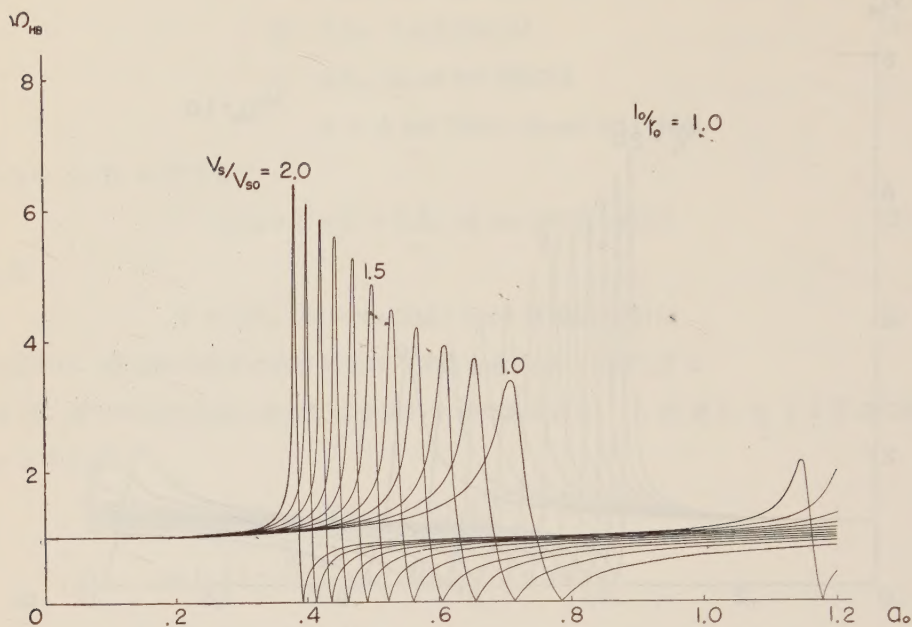


Fig. 4. Amplitude of the base of structure for the case $l_0/r_0=1.0$.

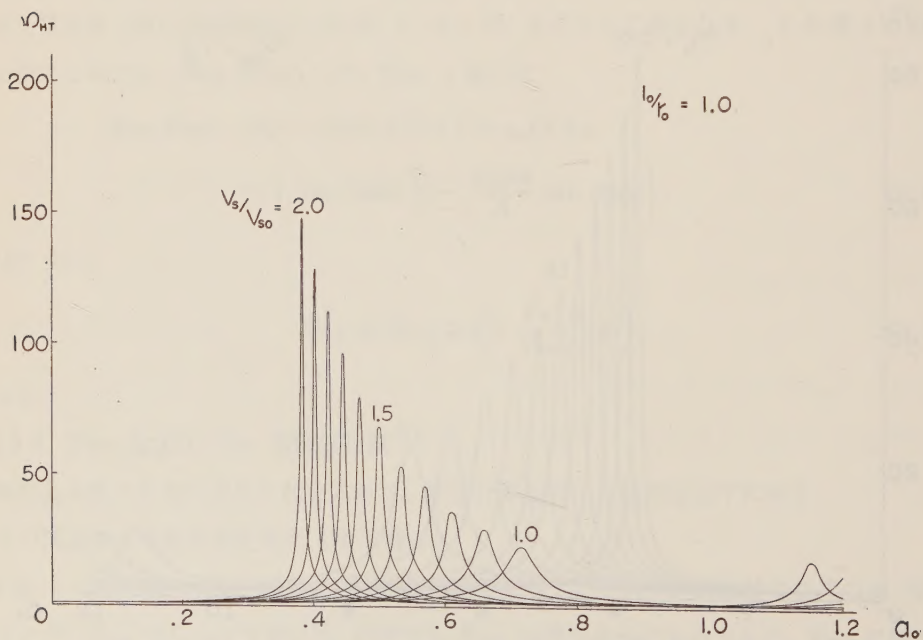


Fig. 5. Amplitude of the top of structure for the case $l_0/r_0=1.0$.

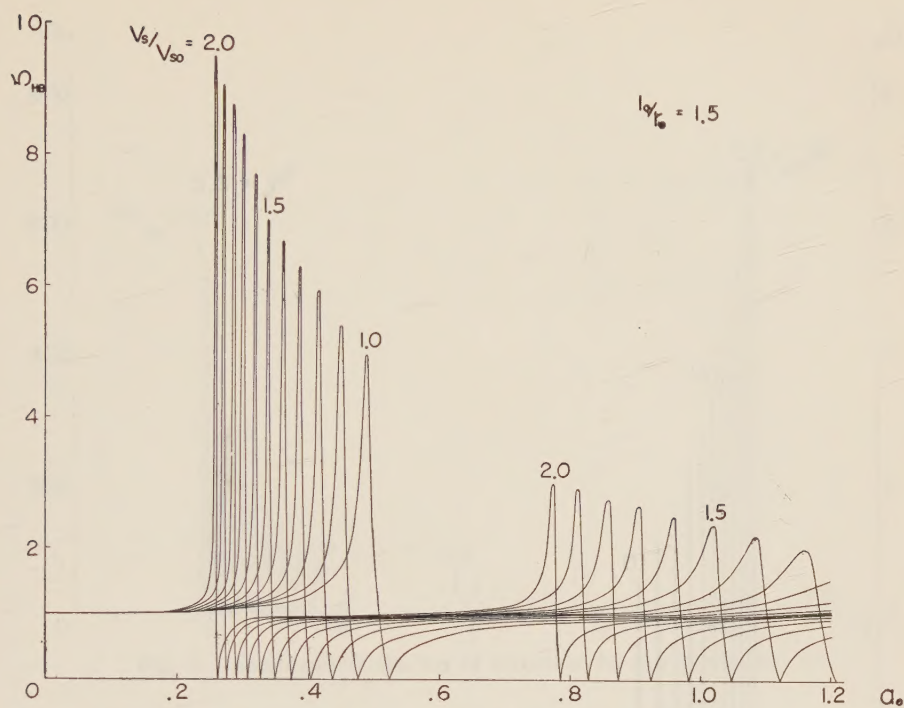


Fig. 6. Amplitude of the base of structure for the case $l_0/r_0=1.5$.

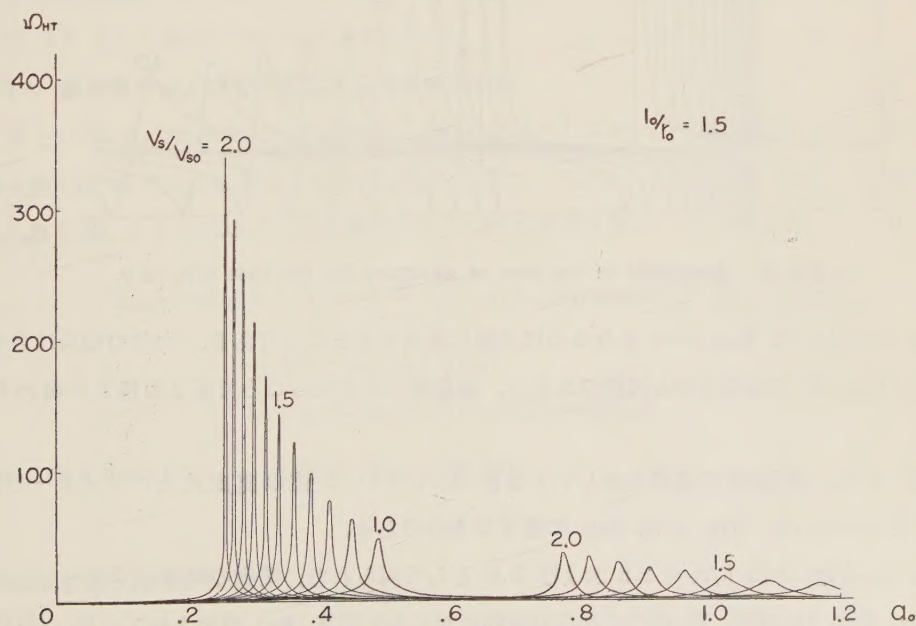


Fig. 7. Amplitude of the top of structure for the case $l_0/r_0=1.5$.

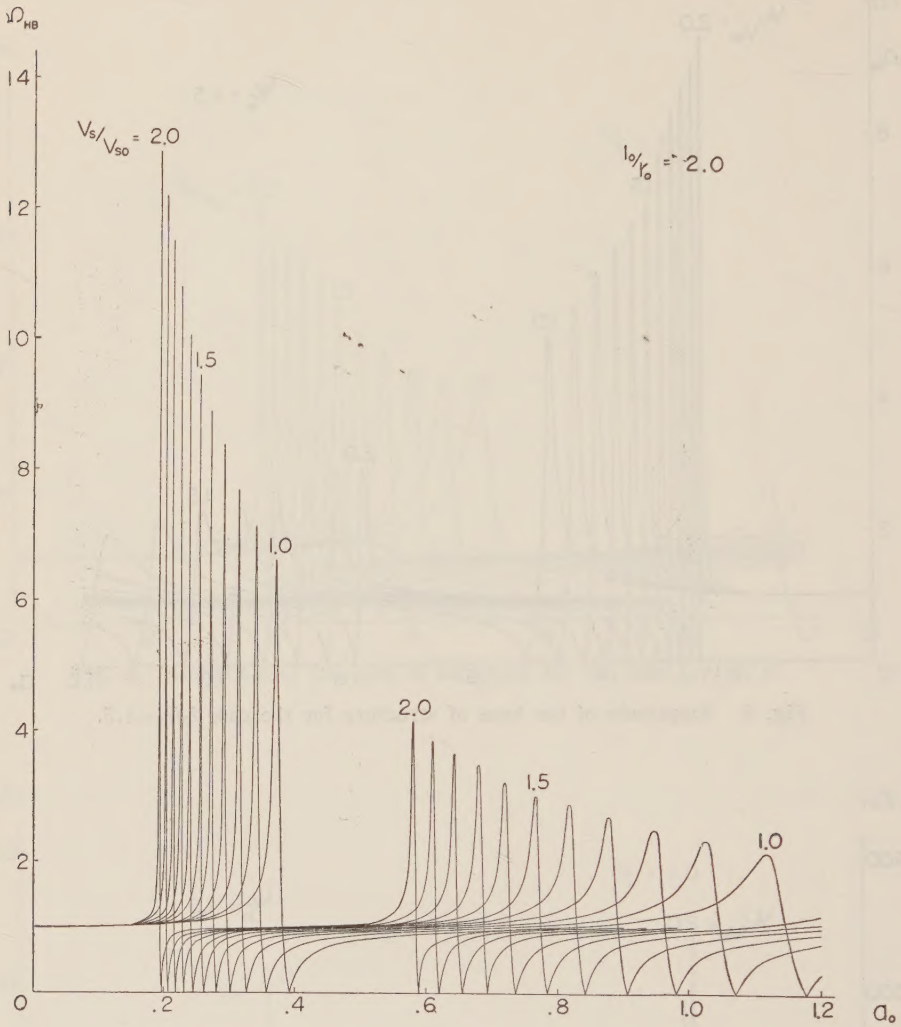


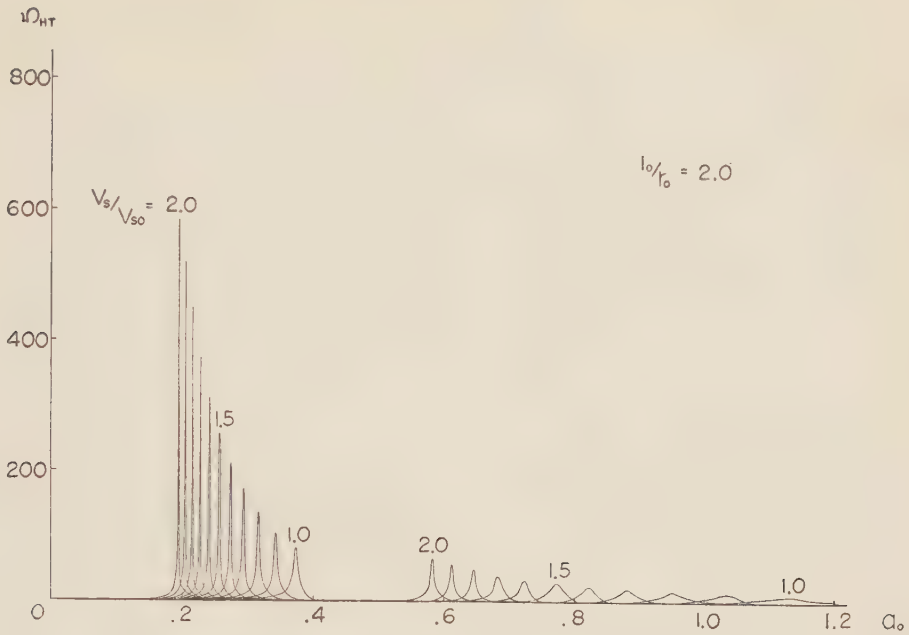
Fig. 8. Amplitude of the base of structure for the case $l_0/r_0=2.0$.

Fig. 2 において \mathfrak{D}_{HB} が 0 となるのは共振に相当するところである。大体の傾向はさきの論文の Fig. 20 にあるものと同様であるが、振動数の大きなところで第 2 の極大が表われている。

Fig. 4 は、構造物の縦横を等しいとき ($l_0/r_0 = 1$)、S 波の速度比をパラメーターとした \mathfrak{D}_{HB} を示している。Fig. 5 は \mathfrak{D}_{HT} に関するものである。

Fig. 6~Fig. 9 は $l_0/r_0 = 1.5$ および 2.0 として得られた、同様の関係を示す。

なお、Fig. 10~Fig. 13 にはそれらの振動に対する位相差 (ϑ_H) が示されている。(3.16), (3.17) に見られる通り、位相差については、構造物底面と上端で相違がない。


 Fig. 9. Amplitude of the top of structure for the case $l_0/r_0=2.0$.

振動体が建物である時には、地盤との密度比 (ρ_0/ρ) を $1/4$ にとれば、実際との違いは大きくないが、橋脚のような物については、この値を大きくとる必要が生じる。今 $\rho_0/\rho = 1.0$ および 2.0 とした場合については §4 に示す。

§4. 最大振巾およびそれを与える周期の近似式

以上いろいろの計算を行つてきたが、これらを総合してわかることは、第一に、建物底面の最大振巾は a_0 のみの函数としてほぼ決定しうることである。このことは Fig. 14 に明らかに見られるが、またつぎのような式の変形によつても証明される。(3.16) から

$$\begin{aligned} \mathfrak{B}_{HB}(-i\vartheta_H) &= 1 / \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{\rho_0}{\rho} \frac{V_{s0}}{V_s} a_0 (f_{1H} + if_{2H}) \tan \left(2 \frac{V_s}{V_{s0}} \frac{l_0}{r_0} a_0 \right) \right\} \\ &\equiv 1 / \{ 1 - c_0 (f_{1H} + if_{2H}) \} \\ &= \exp(-i\vartheta_H) / \sqrt{(1 - c_0 f_{1H})^2 + c_0^2 f_{2H}^2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

f_{2H} の変化がはげしくない範囲で、 \mathfrak{B}_{HB} の極大は

$$1 - c_0 f_{1H} = 0 \quad (4.2)$$

でほぼ与えられる。したがつて

$$\mathfrak{B}_{HB, \text{MAX}} \doteq 1 / c_0 f_{2H} = f_{1H} / f_{2H} \quad (4.3)$$

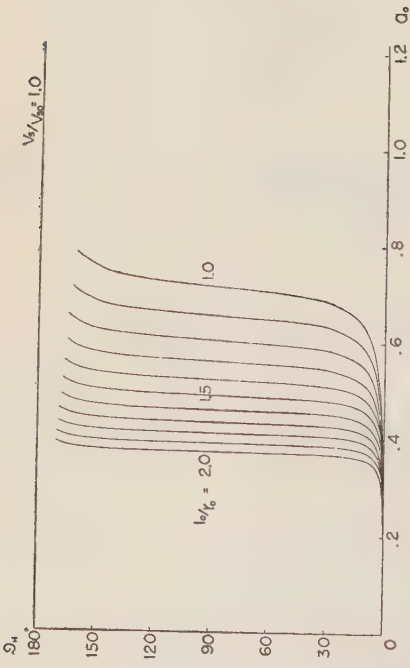


Fig. 10.

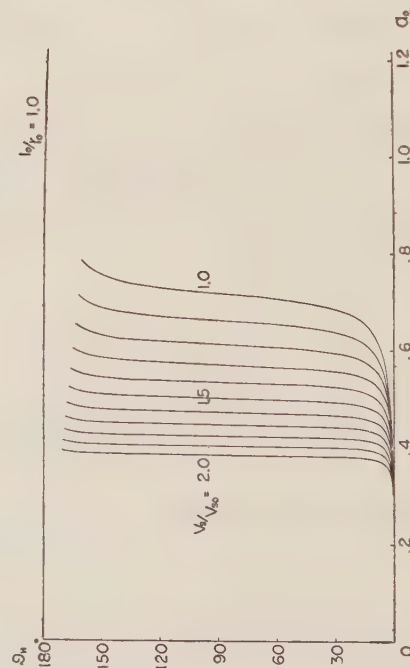


Fig. 11.

Phase difference between the incident waves and the oscillation of structure.

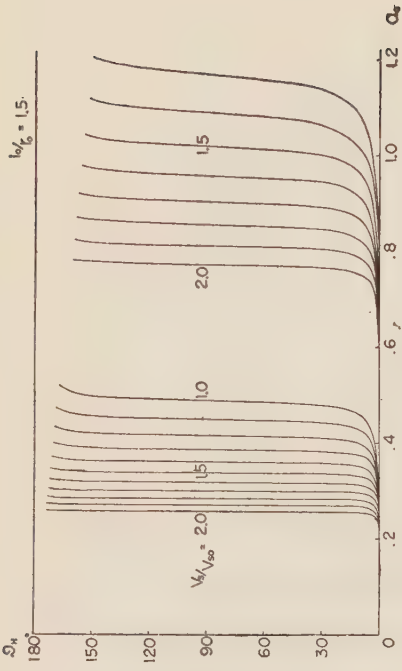


Fig. 12.

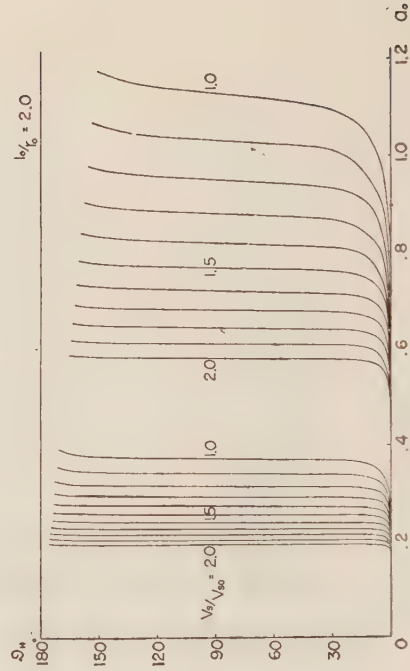


Fig. 13.

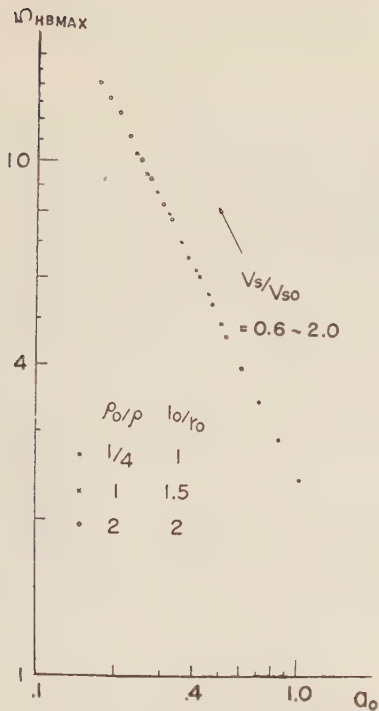


Fig. 14. Frequency which gives the maximum amplitude of the base of structure.

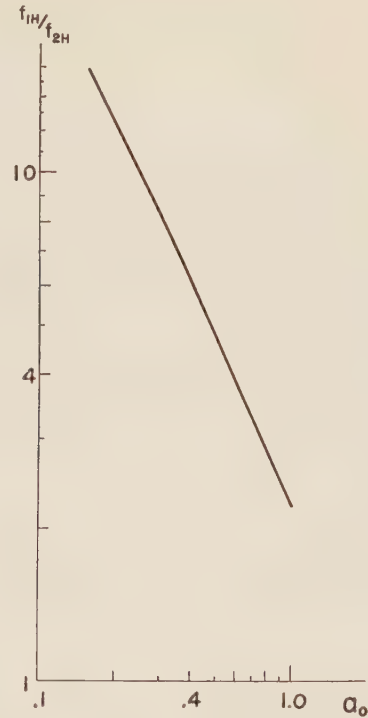


Fig. 15. Relation between a_0 and f_{1H}/f_{2H} which give the maximum amplitude of the base of structure.

a_0 を変数にとつて f_{1H}/f_{2H} のグラフを書けば Fig. 15 のようになり、これからつぎの近似公式が得られる。

$$\mathfrak{B}_{HB, MAX} \doteq 2.45/a_0 \quad (4.4)$$

つぎに構造物の上端に関する最大の変位倍率を、 ρ_0/ρ を仮定し、その他のパラメーターをいろいろにとつて描いたグラフを Fig. 16 に示した。(Fig. 3, 5, 7, 9 参照) これからつぎの近似式を求めることができる。

$$\mathfrak{B}_{HT, MAX} \doteq 11.5(V_s/V_{s0})/a_0^2 \quad (4.5)$$

および

$$\mathfrak{B}_{HT, MAX} \doteq 8.5 / \left\{ \left(\frac{l_0}{r_0} \right) a_0^3 \right\} \quad (4.6)$$

上の二式を組合せてつぎの近似式がえられる。

$$a_{0, MAX} \doteq 0.74 / \left\{ \left(\frac{V_s}{V_{s0}} \right) \cdot \left(\frac{l_0}{r_0} \right) \right\} \quad (4.7)$$

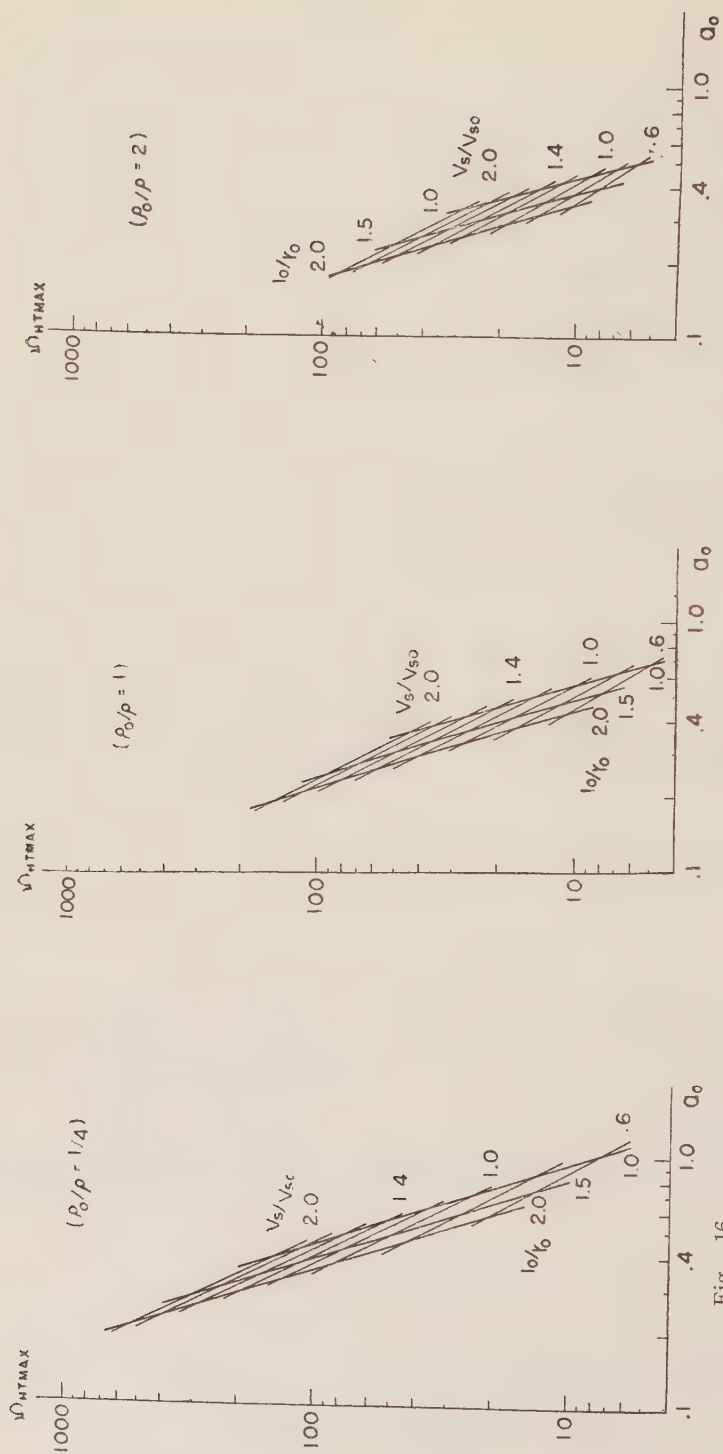


Fig. 18.

Fig. 17.

Fig. 16

Maximum amplitudes of the top of structure for various density ratio.

したがって最大の \mathfrak{B}_{HT} を与える周期は

$$T_{\text{MAX}} \doteq 8.5 \left(\frac{l_0}{V_{s0}} \right) \quad (4.8)$$

同様の式は、かつて末広恭二³⁾ によつて求められたことがある。ただし地盤との相互作用は考えず、基礎に強制的変位を与えて計算が行われたが、その係数は 8.0 であつた。

しかし構造物の密度が比較的大きい場合 ($\rho_0/\rho = 1$, $\rho_0/\rho = 2$ 等) には、傾向は似ているが、上のような簡単な関係式は得られなかつた。計算結果を Fig. 17 および Fig. 18 に示す。

附. ロッキング

さきに報告した⁴⁾ ロッキングの計算においては、建物と地盤の密度比 ρ_0/ρ は常に 1/4 と仮定されていた。ここでは補足として、他の構造物にも適用しうよう、密度比を変へた二三の場合が扱われている。

結果は Fig. 19 (重心の変位に関する最大倍率 $|X|_{\text{MAX}}$)、および Fig. 20 (回転に関する最大倍率 $|Y'|_{\text{MAX}}$) に示す。これによつて密度比と最大倍率の関係をみることができる。

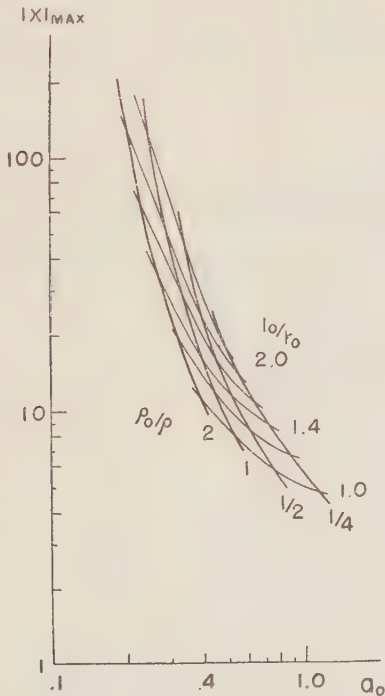


Fig. 19. Maximum amplitude of the center of gravity in horizontal motion.

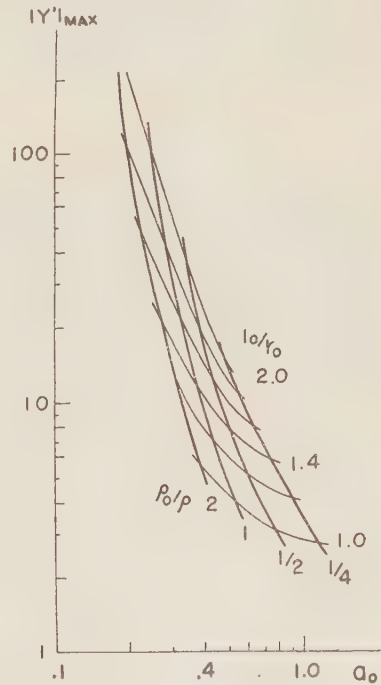


Fig. 20. Maximum displacement of the center of gravity caused by angular motion.

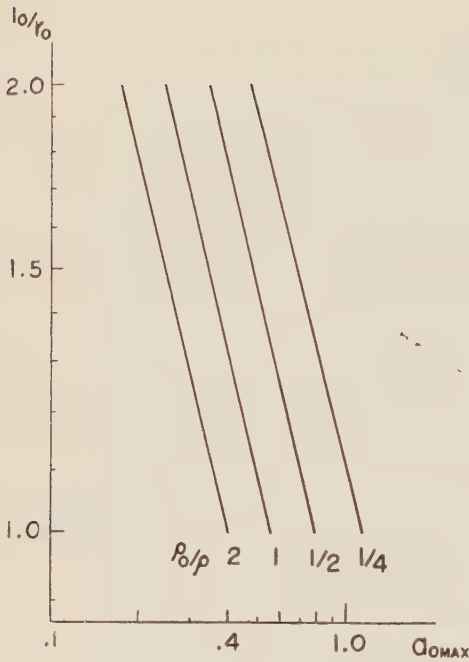


Fig. 21. Frequency which gives the maximum amplitude in rocking motion.

しかし、この場合関係する量の間の関係は前の場合のように簡単ではない。ただ、最大倍率を与える周期に関しては Fig. 21 からつぎの式が得られる。

$$T_{MAX} \doteq 12 \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} \left(\frac{l_0}{V_s} \right) \quad (\text{附} \cdot 1)$$

実用上便利な式であろう。

終りに終始御指導を給わつた河角先生に厚く御礼を申し上げる。

文 献

- 1) 佐藤泰夫・山口林造 「弾性地盤上に建つ建築物の振動」 地震 [ii], 9 (1957), 156.
Y. Satô and R. Yamaguchi, "Vibration of a Building upon the Elastic Foundation," Bull. Earthq. Res. Inst., 35 (1957), 545.
- 2) I. Toriumi, "Vibrations in Foundations of Machines," Technology Reports of the Osaka University, 5 (1955), 103.
鳥海 勲 「弾性地盤上の機械基礎強制振動の計算」 地震 [ii], 7 (1955), 216.
- 3) 末広恭二 「構造物振動の理論およびその測定法」 建築雑誌, 40 (1926), 531.
- 4) 1) に同じ。

地球のねじり振動 (第2報)

東大地球物理学教室 竹 内 均
斎 藤 正 徳

(昭和 35 年 5 月 6 日受理)

On the Torsional Oscillation of the Earth (Part 2)

Hitoshi TAKEUCHI and Masanori SAITÔ

Geophysical Institute, Faculty of Science, Tokyo University

(Received May, 6, 1960)

Using the variational calculus method in a previous paper, we calculate the free periods of torsional oscillations for two earth models. In the model I, the earth is assumed to be composed of homogeneous mantle and core. In the model II, we have used the mantle structure inferred by Jeffreys and Bullen. In each model, we calculate the periods when the core is fluid or perfectly rigid. In the fluid core model, we have also worked out the periods when the coupling between the mantle and core is perfect or zero. Present study will show that in order to get useful informations on the rigidity of the core or the strength of coupling between the mantle and core by this kind of study, we must make the observations of free periods with the accuracy of several ten seconds.

§ 1.

筆者が地球のねじり振動に対する研究¹⁾を行つてから、この種の研究が世界中で1つの流行になつた。Alterman, Jarosch, Pekeris²⁾らの研究は地球ののびちじみ振動に関するものであるが、その85ページに筆者が行つたのと同じ地球模型のねじり振動に対する計算結果がでてゐる。彼らによれば、 $n=2, 4$ 型の地球振動の周期はそれぞれ44.1, 21.9分である。これは筆者のえた $n=2, 4$ に対する周期43.4, 21.5分なる結果とよく一致している。Jobert³⁾も同じような計算を行つた。その論文で彼女は、筆者の用いた変分法による近似法がたいへん精度の高いものであることをのべてゐる。筆者はJeffreysの地球模型についての計算を行つたのであるが、佐藤とLandisman⁴⁾はGutenberg模型についての計算を行つた。両模型のちがいは、Gutenberg模型ではマントルの上部に低速層をおいている点にある。低速層の存在は $n=2$ というような低次で長波長の振動にはほとんど影響をおよぼさないはずである。じつさい彼らの計算結果は筆者による結果とほとんど一致している。彼らはまたマントル中で密度 ρ 、剛性率 μ が深さとともに1次的にましている地球模型についての計算を行つた。そのさい彼らは、地球核の剛性率が0の場合と ∞ の場合の2つの極端を考えた。最近Gilbert

と MacDonald⁵⁾ も筆者と同じ地球模型について計算し、すこしちがつた結果をえている。たとえば $n=2$ 型のねじり振動に対して彼らのえた周期 45.5 分は、前にのべた筆者のそれ (43.4 分) とはすこしくいちがつている。彼らはこのくいちがいがあるが筆者の近似法の精度不足によるものとしている。しかし上にのべた他の人々のえた結果を考えあわせると、まちがつているのは彼らであつて筆者ではないという公算が大きい。じつさい佐藤, Landisman, Ewing が筆者と同じ模型に対して行つた未発表の結果⁶⁾ も, Gilbert らの結果とは異なり, 筆者の結果に近くなつてゐる。

この種の研究からさしあたつて期待される成果が 2 つある。その 1 つは周期数十分というよゝうな長周期振動の研究から, 地球核内のよゝうすをさぐるこゝと, 他の 1 つはたとえば Mantle Rayleigh 波のよゝうな周期 1~10 分の振動の研究から, マントル上部の構造を推定することである。こゝでの研究はこのうちの第 1 の可能性に關係してゐる。すなわちマントルの構造を固定し, 核の剛性率を次第に変えていつたとき, 比較的低次のねじり振動の周期がどのように変るかをしらべる。この種の研究により, 将来地震波, 地球潮汐の研究とは独立に地球核の剛性率を推定しうゝるみこみがある。

§ 2.

前論文にものべたとおり, 当面の問題の基本式は

$$\mu \left\{ i - \frac{n(n+1)}{\xi^2} \right\} + \dot{\mu} \left(i - \frac{2}{\xi} l \right) + \rho p^2 a^2 l = 0 \quad (2.1)$$

で, みたすべき境界条件は

$$\xi = 1 \text{ で } i - \frac{2}{\xi} l = 0, \quad (2.2)$$

および地中の不連続面 $\xi = \xi_0$ で

$$l \text{ および } \mu \left(i - \frac{2}{\xi} l \right) = \text{連続} \quad (2.3)$$

である。密度 ρ , 剛性率 μ は $\xi = r/a$ の函数で, $\dot{\cdot}$ は ξ についての微分, n は球函数 $P_n^m(\theta)$ の order, p は自由振動の振動数, a は球の半径を示している。こゝでは地球核の表面 $\xi = (6370-2900)/6370$ を ξ_0 と考える。核内 $\xi \leq \xi_0$ での (2.1) の解を $l = l_0(\xi)$ とするすことにしよう。核表面のすぐ上での剛性率を μ_m , すぐ下でのそれを μ_0 とすれば, 境界条件 (2.3) は $\xi = \xi_0$ で

$$l = l_0, \quad \mu_m \left(i - \frac{2}{\xi} l \right) = \mu_0 \left(i_0 - \frac{2}{\xi} l_0 \right) \quad (2.4)$$

となる。 l はマントル部分 $\xi \geq \xi_0$ での (2.1) の解を示している。 l_0 には 1 つの積分定数が

ふくまれているが、これを消去するために (2.4) を $\xi = \xi_0$ で

$$\frac{\xi l - 2l}{l} = A, \quad A = \frac{\mu_0}{\mu_m} \left(\frac{\xi \dot{l}_0 - 2l_0}{l_0} \right)_{\xi = \xi_0} \quad (2.5)$$

と書きなおす。 A にはもはや任意定数はふくまれていない。境界条件 (2.2), (2.5) には n がふくまれていない。したがってこれをみたすマントル部分での試行函数も n をふくまず、たとえば

$$l = l(m) = \xi^m (1 + \alpha \xi + \beta \xi^2) \quad (2.6)$$

であればよい。 m はパラメーターで、 α, β は境界条件 (2.2), (2.5) に対応したつぎの式によつてきまる定数である。

$$\begin{aligned} (m-1)\alpha + m\beta &= -(m-2), \\ \{(m-1) - A\} \alpha \xi_0 + (m-A) \beta \xi_0^2 &= A - (m-2) \end{aligned} \quad (2.7)$$

たとえば $m = 2$ に対して

$$\beta = \frac{1.83573487 A}{1.45525903 A - 0.91051805}, \quad \alpha = -2\beta \quad (2.8)$$

$m = 6$ に対して

$$\beta = \frac{5.17867436 A - 16.71469740}{3.27629513 A - 13.65777080}, \quad 5\alpha = -4 - 6\beta \quad (2.9)$$

$m = 20$ に対して

$$\beta = \frac{9.19466248 A - 155.69858713}{5.25670763 A - 94.23933321}, \quad 19\alpha = -18 - 20\beta \quad (2.10)$$

となる。変分法を用いて固有値問題を解く場合には、与えられた境界条件だけをみたす函数を線形的に重ねあわせてもとの微分方程式を近似的に解くことをこころみる。このように与えられた境界条件だけをみたす函数が上にのべた試行函数である。

前の報告にものべたとおり、固有値問題 (2.1), (2.2), (2.3) と同等な変分式は

$$\begin{aligned} \int_0^1 \rho p^2 a^2 f(\rho) d\xi - \int_0^1 \mu \{Nf(\mu, N) + f(\mu, 1)\} d\xi &= 0, \\ N &= n(n+1), \quad f(\rho) = \xi^2 f(\mu, N) = l \delta l, \\ f(\mu, 1) &= i \delta i - \frac{2}{\xi} (i \delta l + l \delta i) + \frac{2}{\xi^2} l \delta l \end{aligned} \quad (2.11)$$

となる。

$$l = \sum_m A_m l(m) \quad (2.12)$$

とおき、未定係数 A_m をいろいろ変化させて (2.11) をみたすようにすると、 A_m に対する m 個の1次方程式がえられる。 m 番目の式中にある特定の $A_m (= \hat{A}_m$ とする) に対する係数

は, (2.11) 中の l として $l(\tilde{m})$, δl として $l(m)$ をとつて計算した積分の値となる. このよう
うにしてつくつた m 元連立 1 次方程式の係数でもつてつくつた行列式を 0 に等しいとおい
て, 固有値

$$P = \frac{pa}{V_{s,0}}, \quad V_{s,0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho_0}} \quad (2.13)$$

の第 m 近似値がえられる. μ_0 , ρ_0 , $V_{s,0}$ は地表面 $\xi = 1$ における剛性率, 密度, 横波の速度
を示す.

§ 3.

(2.5) より明らかなように, $\mu_0 = 0$ のときは $A \sim \xi l - 2l = 0$ となる. $A = 0$ の場合には,
(2.8), (2.9), (2.10) によりマントル部分で

$$\begin{aligned} l(2) &= \xi^2, \\ l(6) &= \xi^6 (1 - 2.26858790 \xi + 1.22382325 \xi^2), \\ l(20) &= \xi^{20} (1 - 2.68648567 \xi + 1.65216138 \xi^2), \end{aligned} \quad (3.1)$$

となり, また $m = \tilde{m} = 2$ に対して

$$f(\rho) = \xi^2 f(\mu, N) = \xi^4, \quad f(\mu, 1) = -2 \xi^2, \quad (3.2)$$

$m = 2$, $\tilde{m} = 6$ に対して

$$\begin{aligned} f(\rho) &= \xi^2 f(\mu, N) = \xi^8 (1 - 2.26858790 \xi + 1.22382325 \xi^2), \\ f(\mu, 1) &= -\xi^6 (2 - 4.53717579 \xi + 2.44764650 \xi^2), \end{aligned} \quad (3.3)$$

$m = \tilde{m} = 6$ に対して

$$\begin{aligned} f(\rho) &= \xi^2 f(\mu, N) = \xi^{12} (1 - 4.53717579 \xi + 7.59413754 \xi^2 \\ &\quad - 5.55270121 \xi^3 + 1.49774334 \xi^4), \\ f(\mu, 1) &= \xi^{10} (14 - 81.66916423 \xi + 172.21751692 \xi^2 \\ &\quad - 155.47563371 \xi^3 + 50.92327352 \xi^4), \end{aligned} \quad (3.4)$$

$m = 2$, $\tilde{m} = 20$ に対して

$$\begin{aligned} f(\rho) &= \xi^2 f(\mu, N) = \xi^{22} (1 - 2.68648567 \xi + 1.65216138 \xi^2), \\ f(\mu, 1) &= \xi^{20} (-2 + 5.37297133 \xi - 3.30432277 \xi^2), \end{aligned} \quad (3.5)$$

$m = 6$, $\tilde{m} = 20$ に対して

$$\begin{aligned} f(\rho) &= \xi^2 f(\xi, N) = \xi^{26} (1 - 4.95507356 \xi + 8.97051350 \xi^2 \\ &\quad - 7.03585693 \xi^3 + 2.02195351 \xi^4), \\ f(\mu, 1) &= \xi^{24} (70 - 398.4356742 \xi + 825.3850367 \xi^2 \\ &\quad - 735.5429495 \xi^3 + 238.5905140 \xi^4), \end{aligned} \quad (3.6)$$

$m = \tilde{m} = 20$ に対して

$$\begin{aligned} f(\rho) &= \xi^2 f(\mu, N) = \xi^{40} (1 - 5.37297133 \xi + 10.52152800 \xi^2 \\ &\quad - 8.87701575 \xi^3 + 2.72963724 \xi^4), \\ f(\mu, 1) &= \xi^{38} (322 - 1826.810253 \xi + 3773.924230 \xi^2 \\ &\quad - 3355.511954 \xi^3 + 1086.395620 \xi^4) \end{aligned} \quad (3.7)$$

となる。(2.11) から明らかなように, $f(\rho)$, $f(\mu, N)$, $f(\mu, 1)$ は l と δl に関して対称なので, たとえば $m = 6$, $\tilde{m} = 2$ に対しても (3.3) がえられる. $A = 0$ のとき核中の l , すなわち $l_0(\xi)$ がどうなるかが問題であるが, これを $l_0(\xi) \equiv 0$ とすれば前論文¹⁾の結果がえられる. この場合には核は振動にあずからず, 核とマントルの間にはすべりがある. わずらわしさをいわず (3.2)–(3.7) を書き下したのは, $\xi = \xi_0$ (核表面) および $\xi = 1$ (地球表面) が自由面で $l_0(\xi) \equiv 0$ の場合, これさえあればマントル中での ρ , μ の任意の分布に対して $P = \frac{\rho a}{V_{s,0}}$ の近似値がえられるからである. この場合 (2.11) の積分は $\xi_0 \leq \xi \leq 1$ に対してだけ行えばよい. 前論文では, マントル中で $\rho = \text{一定} = \rho_0$, $\mu = \text{一定} = \mu_0 = \mu_m$ なる分布および Jeffreys-Bullen の分布に対して計算を行つた. これを模型 I および II とよぶことにしよう. 模型 II に対する ρ , μ および Lamé の定数 λ は深さ 0~400, 400~1000, 1000~2900 km の区間で, つぎに示すような ξ の冪級数に展開される, これらの級数は各区間における ρ , μ , λ を 1% 以内の精度であらわしている.

深さ 0~400 km

$$\begin{aligned} \rho &= 8.60500000 - 5.30833333 \xi \\ \lambda &= 7.55100000 - 6.86544444 \xi \\ \mu &= 5.26800000 - 4.67133333 \xi \end{aligned} \quad (3.8)$$

深さ 400~1000 km

$$\begin{aligned} \rho &= -48.25925000 + 129.31100000 \xi - 78.89952777 \xi^2 \\ \lambda &= -44.99163332 + 118.21304438 \xi - 73.63955924 \xi^2 \\ \mu &= -35.46730000 + 93.72393329 \xi - 58.61107777 \xi^2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

深さ 1000~2900 km

$$\begin{aligned} \rho &= 7.51416666 - 3.36194444 \xi \\ \lambda &= 8.71433333 - 7.57322222 \xi \\ \mu &= 5.20150000 - 3.92816666 \xi \end{aligned} \quad (3.10)$$

ρ の単位は gr/cm^3 , λ , μ の単位は $10^{12} \text{ dyne/cm}^2$ である. (2.11) 中の積分には上の級数を用いるのが便利である. このようにしてえられた P の第 3 近似値は前論文でえられたそれ

Table 1.

n	P	
	Model I	Model II
2	2.412	3.606
3	3.790	5.579
4	5.045	7.292
8	9.624	12.94

Table 2.

n	P	
	Model I	Model II
2	2.307	3.418
3	3.643	5.347
4	4.880	7.073
8	9.514	12.89

と完全に一致した。その結果を Table 1 にかかげておく。

$\mu_0 = 0$ ではあるが, $\xi = \xi_0$ で $l_0(\xi) = l(\xi)$ ということも考えられる。すなわち核が流体で, 核表面ですべりが

ない場合である。この場合に

は (2.11) 中の ρ に関する積分を $0 \leq \xi \leq \xi_0$ に対しても行わなければならぬ。

これを物理的にいえば, 核は振動のばねの力には関係せず, 質量に関係する。核中の l , すなわち $l_0(\xi)$ としては, 上の境界条件をみたす (3.1) を用いればよい。このようにして計算した, 模型 I および II に対する P の第 3 近似値を Table 2 にかかげる。ただし核中で $\rho = \text{一定} = \rho_c$ とし, かつ $\rho_c/\rho_m = 2$ と仮定した。

マントル中で $\rho = \text{一定} = \rho_0 = \rho_m$ の場合には, 上式は $\rho_c/\rho_0 = 2$ と書いてもよい。

§ 4.

核が完全剛体の場合には, $l_0 = 0$ ゆえ $A = \infty$ となる。この場合には, (2.8), (2.9), (2.10) により

$$\begin{aligned} l(2) &= \xi^2(1 - 2.52289776 \xi + 1.26144888 \xi^2), \\ l(6) &= \xi^6(1 - 2.69677943 \xi + 1.58064953 \xi^2), \\ l(20) &= \xi^{20}(1 - 2.788557385 \xi + 1.749129516 \xi^2) \end{aligned} \quad (4.1)$$

となり, また $m = \tilde{m} = 2$ に対して

$$\begin{aligned} f(\rho) &= \xi^2 f(\mu, N) = \xi^4(1 - 5.04579552 \xi + 8.88791088 \xi^2 \\ &\quad - 6.36501312 \xi^3 + 1.59125328 \xi^4), \\ f(\mu, 1) &= -\xi^2(2 - 10.09159105 \xi + 11.41080865 \xi^2 \\ &\quad - 0 - 3.18250656 \xi^4), \end{aligned} \quad (4.2)$$

$m = 2, \tilde{m} = 6$ に対して

$$\begin{aligned} f(\rho) &= \xi^2 f(\mu, N) = \xi^8(1 - 5.21967719 \xi + 9.64579720 \xi^2 \\ &\quad - 7.38966655 \xi^3 + 1.99390858 \xi^4), \\ f(\mu, 1) &= -\xi^8(2 - 0.34776332 \xi - 24.81849055 \xi^2 \\ &\quad + 43.16606372 \xi^3 - 19.93908575 \xi^4), \end{aligned} \quad (4.3)$$

$m = \tilde{m} = 6$ に対して

$$\begin{aligned}
 f(\rho) &= \xi^2 f(\mu, N) = \xi^{12} (1 - 5.39355886 \xi \\
 &\quad + 10.43391835 \xi^2 - 8.52532625 \xi^3 + 2.49845292 \xi^4), \\
 f(\mu, 1) &= \xi^{10} (14 - 97.08405932 \xi + 236.8188224 \xi^2 \\
 &\quad - 238.70913467 \xi^3 + 84.94739939 \xi^4),
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

$m = 2, \tilde{m} = 20$ に対して

$$\begin{aligned}
 f(\rho) &= \xi^2 f(\mu, N) = \xi^{22} (1 - 5.31145515 \xi + 10.04582358 \xi^2 \\
 &\quad - 7.93049753 \xi^3 + 2.20643747 \xi^4), \\
 f(\mu, 1) &= \xi^{20} (-2 - 34.78924941 \xi + 158.9901710 \xi^2 \\
 &\quad - 206.0661623 \xi^3 + 83.84462389 \xi^4),
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

$m = 6, \tilde{m} = 20$ に対して

$$\begin{aligned}
 f(\rho) &= \xi^2 f(\mu, N) = \xi^{26} (1 - 5.48533682 \xi \\
 &\quad + 10.84990324 \xi^2 - 9.12474841 \xi^3 + 2.76476074 \xi^4), \\
 f(\mu, 1) &= \xi^{24} (70 - 443.6698365 \xi + 1003.352503 \xi^2 \\
 &\quad - 955.9335914 \xi^3 + 326.2417676 \xi^4),
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

$m = \tilde{m} = 20$ に対して

$$\begin{aligned}
 f(\rho) &= \xi^2 f(\mu, N) = \xi^{30} (1 - 5.57711477 \xi + 11.27431132 \xi^2 \\
 &\quad - 9.75509606 \xi^3 + 3.05945406 \xi^4), \\
 f(\mu, 1) &= \xi^{28} (322 - 1896.219022 \xi + 4043.979506 \xi^2 \\
 &\quad - 3687.426310 \xi^3 + 1217.662717 \xi^4),
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

となる。これからまたマントル中での ρ, μ の任意の分布に対して P が計算される。模型 I および II に対する P の第 3 近似値を Table 3 にかかげる。

核が完全剛体で、 ρ, μ の分布が模型 I の場合はすでに松本, 佐藤によつて研究されている⁷⁾。彼らによれば

$$n = 1, 2, 4 \text{ に対して } P = 2.00, 3.05, 4.30, 5.40$$

(4.8)

Table 3.

n	P	
	Model I	Model II
1	1.998	3.690
2	3.040	4.887
3	4.132	6.230
4	5.236	7.617
8	9.633	12.95

である。Table 3 中の模型 I に対する結果のうち $n = 1, 2$ に対する P は、(4.8) とよく一致している。ところが $n = 3, 4$ に対する P は、(4.8) におけるそれよりも小さい。われわれの方法ではことなる n に対する P が系統的に求まる。したがつて $n = 1, 2$ でよい結果がえられたのに、 $n = 3, 4$ で急に悪い結果しかえられないということは、ほとんどありえない。また変分法で求めた P が正しい P より小さく求まるということも理論上ありえないから、

上のくいちがいとはぶん松本、佐藤らの計算ちがいによるのであろう。

§ 5.

$\mu_0 = 0$ でも $\mu_0 = \infty$ でもないもつと一般の場合をみつかうために、核中で $\rho = \text{一定} = \rho_0$, $\mu = \text{一定} = \mu_0$, 横波の速度 = 一定 = $V_{s,0} = \sqrt{\mu_0/\rho_0}$ なる場合を考える。このとき核中での (2.1) の解 l_0 は

$$l_0 \sim x^{\frac{1}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(x), \quad x = \frac{pa\xi}{V_{s,c}}, \quad (5.1)$$

(2.5) の A は

$$A = \frac{\mu_0}{\mu_m} \left\{ x_0 \frac{J_{n-\frac{1}{2}}(x_0)}{J_{n+\frac{1}{2}}(x_0)} - (n+2) \right\}, \quad x_0 = \frac{pa\xi_0}{V_{s,c}} \quad (5.2)$$

となる。じつさいの計算はつぎのように運ぶのがよい。まず適当にえらんだ A に対して (2.6), (2.7) を用いて $l(m)$ をきめ、これを (2.11) に代入し上に行つたようにして $P = pa/V_{s,0}$ をきめる。このさい (2.11) 中の積分は $\xi_0 \leq \xi \leq 1$ に対してだけ行えばよい。そのわけは、(5.1) が (2.1) の正確解なので、(2.11) 中の積分の $0 \leq \xi \leq \xi_0$ に対する部分はおたがいにけしあうからである。つぎに (5.2) を用いて与えられた A に対する

$$x_0 = \frac{pa\xi_0}{V_{s,c}} = \frac{\xi_0 V_{s,0}}{V_{s,c}} P \quad (5.3)$$

を求める。 x_0 が求まれば、 ξ_0 , $V_{s,0}$, P は既知であるから、こういう P を与える $V_{s,c}$ がきまり、結局 μ_0 と P との関係がえられる。

(5.2) の A に対する式の $\{ \}$ 内はある x_0 に対して 0 となる。たとえば

$$n = 2, 3, 4 \text{ のとき } x_0 = 2.501, 3.864, 5.094 \quad (5.4)$$

に対して $\{ \}$ 内 = 0, すなわち $A = 0$ となる。(5.2) の後でのべたように、(2.11) の積分は $\xi_0 \leq \xi \leq 1$ に対してだけ行えばよいから、たとえば模型 I, II に対する P の値は Table 1 のようになる。Table 1 および (5.4) を (5.3) に代入して、このような P を与える $V_{s,c}/V_{s,0}$ の値がつぎのように決まる。

模型 I の場合:

$$n = 2, 3, 4 \text{ に対して } \frac{V_{s,c}}{V_{s,0}} = 0.5254, 0.5343, 0.5395. \quad (5.4)$$

模型 II の場合:

$$n = 2, 3, 4 \text{ に対して } \frac{V_{s,c}}{V_{s,0}} = 0.7854, 0.7865, 0.7798. \quad (5.5)$$

模型 II に対しては

$$\begin{aligned}\rho_0 &= 3.3 \text{ gr/cm}^3, \quad \rho_m = 5.683 \text{ gr/cm}^3, \quad \rho_o = 11.366 \text{ gr/cm}^3, \\ \mu_0 &= 0.6 \times 10^{12} \text{ dyne/cm}^2, \quad V_{s,0} = 4.26 \text{ km/sec}\end{aligned}\quad (5.6)$$

なることを参照し, Tables 1, 2, 3 の結果を n 対周期の関係に書きなおしたものが Table 4 である. マントルと核との結合が完全ですべりが無いとした場合, Table 4 中の Table 2 のらんは核が流体で $\mu_0 = 0$ のときの周期,

Table 4.

Table 1 のらんは μ_0 が () 内に示した値のときの周期, Table 3 のらん
は核が完全剛体で $\mu_0 = \infty$ のときの周
期を示している. Table 4 中の Table
2 のらんはまた, $\mu_0 = 0$ で核がマン
トルに対してすべつてねじり振動にあ

n	Table 2	Table 1	Table 3
1			42.4min
2	45.8min	43.4min ($\mu_0 = 1.275 \times 10^{12}$)	32.0 "
3	29.3 "	28.1 " ($\mu_0 = 1.278 \times 10^{12}$)	25.1 "
4	22.1 "	21.5 " ($\mu_0 = 1.257 \times 10^{12}$)	20.6 "
8	12.2 "	12.1	12.1 "

ずからないときの周期をも示している. Table 4 によれば, たとえば $n = 2$ に対する振動周期の観測から, 核の剛性率 μ_0 が 0 であるか $\mu_0 = 1.275 \times 10^{12} \text{ dyne/cm}^2$ であるかを区別するには, 周期 45.8 分と 43.4 分とをみわけなければならぬ. $\mu_0 = 0$ として, マントルと核との結合が完全か 0 かを区別するにも同様の精度が必要である. 波数 n が大きくなればなるほど, 周期の分解能に対する要求もそれだけきびしくなる. 要するに, この種の研究から核の剛性率あるいはマントルと核との結合度について有用な結論をひきだすためには, 周期の分解能数 10 秒という観測が必要ながわかる.

参 考 文 献

- 1) H. Takeuchi: 地球のねじり振動, 地震 11 (1958), 68~75.
Torsional oscillations of the earth and some related problems. Geophys. J., 2 (1959), 89~100.
- 2) Z. Alterman, H. Jarosch and C.L. Pekeris: Oscillations of the earth. Proc. Roy. Soc., A 232 (1959), 80~95.
- 3) N. Jobert: Calcul de la dispersion des ondes de Love de grande periode à la surface de la terre. Copmtes Rendus, 249 (1959), 1014~1016.
- 4) Y. Satô and M. Landisman: 地震研究所談話会, 昭和 34 年 10 月.
- 5) F. Gilbert and G.J.F. MacDonald: Free oscillations of the earth. J. Geophys. Res., 65 (1960), 675~693.
- 6) Y. Satô, M. Landisman and M. Ewing: Love waves in a heterogeneous spherical earth. Part I: Theoretical periods for the fundamental and higher torsional modes. Part II Theoretical phase and group velocities. Journ. Geophys. Res. に印刷中.
- 7) T. Matsumoto and Y. Satô: On the Vibration of an elastic globe with one layer. The Vibration of the first class. Bull. Earthq. Res. Inst., 32 (1954), 247~258.

波浪はどこで脈動に変わるか？

東京大学地震研究所 三 東 哲 夫

(昭和 35 年 6 月 17 日受理)

Where do Swells turn into Microseisms?

Tetsuo A. SANTO

Earthquake Research Institute, Tokyo University

(Received June 17, 1960)

During the I.G.Y. period, observations of microseisms were made at many stations in Japan. The data obtained at these stations gave the writer important informations about the occurrence of microseismic storms due to the passing of a cyclone or a typhoon around Japan. Microseisms appear to occur at the time when swells due to the meteorological disturbances reach some coast near the station. This conclusion is supported by the comparison of microseismic amplitudes and swells heights at the same station.

The period relation between microseisms and swells was also investigated and Spectrum of swells examined. The results strongly supports the "Standing wave theory" of Higgins.

All of these results lead us to an conclusion that the swells which are due to a single disturbance source in an Ocean turn into microseismic waves at some steep coast of the land at which standing waves can be generated owing to the interferences of the incident and reflected swells.

§ 1. ま え が き

波浪によつて生ずる脈動の発生機構については、有名な M. S. Longuet-Higgins の「定常波説」がある¹⁾。彼のこの理論的な研究は、それまでに次第に明らかになつてきた波浪と脈動の周期の関係、すなわち、前者の周期がおおむね後者の周期の 2 倍になつている、という多くの観測事実に基づいてなされたものであるが、この理論はその後、彼と R. I. B. Cooper による水槽を用いたモデル実験²⁾でも立証され、少くとも波浪を媒介とした、周期 3 秒から 7~8 秒位の脈動の発生機構を説明する考え方として、現在広い支持をうけている。

ところが、それならば、このような脈動がどこで発生するか、いいかえると、波浪のエネルギーが、どこで脈動という弾性波のエネルギーに変化するか、という問題になると、不思議なことに、今まで積極的な究明は別にされていない。そしてただ漠然と、波浪の発生源をそのまま脈動の発生源とする考え方が底流となつてきたように思われる。このことは、前記の Higgins の理論的な研究においても、いかにして深海上で波浪のエネルギーが海底に伝わりうるかという点の解明に大きな努力が払われている点や、台風や低気圧の中心附近で、定常波

が起る可能性について、種々の考察が行なわれている³⁾ こと、また以前から脈動の伝播方向から台風の位置をきめようとする試みが一時は盛んに行われ⁴⁾⁵⁾、現在でもなお一部の人達によつてこの問題に関連した観測がなされていることなどにもよくあらわれている。

もつとも一方では、海岸にうちつける高波の衝撃がそのまま地面に伝わつて脈動となる、という昔の考え方は論外として、波浪と脈動の周期の大きな相異 (2:1) が認められ、Higgins の説が広い支持をうけるようになって以後、海岸線からも脈動が起こるのではないか、という疑問は、B. Gutenberg が提出しており⁶⁾、また日本でも、井上ら⁷⁾が、東京の脈動と、城ヶ島の波浪との比較から、脈動は低気圧の中心附近でも起こるが、また海岸附近でも起こる、と述べている。しかし、いずれにしても、これらの点の解明を主眼とした研究はいままでのところ 1 つもないようである。

筆者は、1947 年 7 月から開始された I. G. Y. 期間中、日本の各地で行なわれた脈動の常時観測の資料を整理し、ただ 1 個の低気圧や台風、ないしは 1 本の寒冷前線が日本附近を通過する時に、それらの移動につれて各地の脈動嵐がどのように起こり、それがどう移動してゆくかを調べているうちに、脈動の発生源は低気圧や台風の中心附近にあるとは考えられず、海岸線のどこかで波浪の定常波が生じ、そこから発生する、と考えなければ説明のつかない事実を見出した⁸⁾。以下、その事実と、そこから導かれる推論と、更にそれを実証するための、同じ地点における波浪と脈動の同時観測の結果と、それらを通じて得た脈動の発生源についての筆者の考えを逐次述べてゆきたい。

§ 2. 低気圧や台風の通過に伴う脈動嵐の起り方

Fig. 1 は、低気圧 (L7) や台風 (T2) の中心がそれぞれの図の下に示されたような中心示度で、上図から下図のように海上を移動してゆく間に、日本各地の脈動嵐がそれにつれてどのように陸上を移動してゆくかを例示したものである。この図で、白丸と黒丸は、それぞれの時刻に脈動振巾が通常に比べてそれぞれ 2 倍および 4 倍になった観測点の位置を示している。まづこうした図をたくさんつくつていくうちに分つてきたことは、中心示度が低いか、または、じよう乱源が観測点の近くを通る場合には、これらのじよう乱源の通過とほぼ同時に、その近くの脈動が大きくなるが、中心示度が弱かつたり、または中心が遠くを通過する場合には、じよう乱源の通過よりもかなりおくれて脈動嵐が発達する、ということであつた。このことは調べられた合計個 10 の低気圧、8 個の台風のすべてに対して例外なく成立つ傾向であつた。

この傾向はつぎの Fig. 2 で更に明瞭になると思う。この図は、例として屋久島、高知、それに筑波の三観測点の脈動振巾が最大になつた時の、低気圧 (丸) と台風 (二重丸) の中心位置および速度を示したものである。この図によれば、前述した傾向の外に、速度が大きくなる

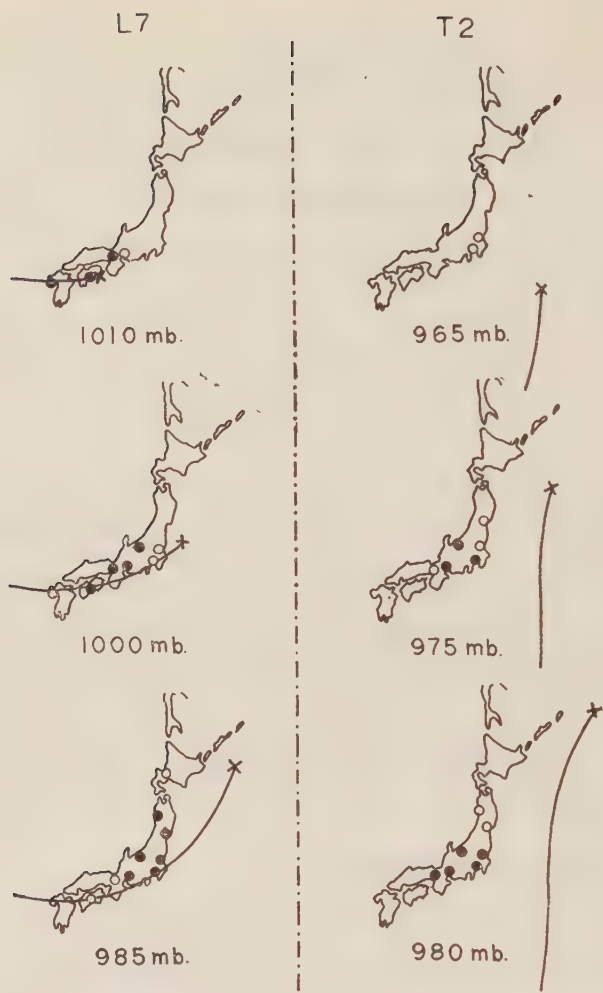


Fig. 1 The relation between the movement of a cyclone (left) or a typhoon (right) and shift of the microseismic storm region due to it. White and black circles are the stations where microseismic amplitudes became twice and four times larger than those of the ordinary cases respectively.

と、通過後におくれて脈動風が最大に発達する傾向もまた大きくなることが認められる。

この、例外なしに認められる著しい傾向、特に、これらじよう乱源が、海上はるか沖合をかなりの速度で走りすぎる場合に脈動風の発達がかなりおくれる、という点が筆者の注意をひいた。このおくれの現象は、従来からある程度知られていた事柄なのであるが⁹⁾、単に観測事実としてすまされてきた。しかし、この事実は、脈動の発生場所を問題にする場合、きわめて重要な事実といわなければならない。なぜならば、もし、脈動がこれらのじよう乱源の中心附近



Fig. 2 Positions and the velocities of cyclonic centers when they caused the largest microseismic storms at three observation stations, Yakushima (left), Kochi (middle) and Tsukuba (right). White and double white circles correspond to the cases when $p_0 < 1000$ mb. and < 985 mb. respectively.

で起されるとしたら，脈動波の伝播速度から考えてこのような傾向は認められるはずがないからである。

上に述べたような傾向を説明する第1の手がかりとして当然頭に浮ぶのは，ある観測点 O

から D だけ離れた水面上を，たえず波を出しながら波の群速度 v よりも大きな速度 V で一直線上を走り去る点波源 Q から出た波が， O に達したしゆん間に成立する O と Q との位置関係である (Fig. 3a). この場合には図から明らかなように， $D/v = L/V$ ，すなわち

$$D = v(L/V) \quad (1)$$

という関係が成立する。

無論，実際の低気圧や台風の場合には，中心附近からの波浪

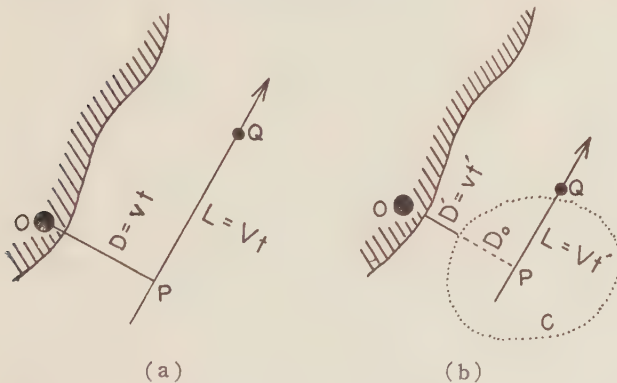


Fig. 3a Schematic figure which shows the relation between L and D for the case of a single point source which is travelling over the water with the velocity V which is greater than the group velocity of water waves v .

Fig. 3b. Assumed envelope curve C (dotted line) around a cyclonic center.

の出方は、点波源の場合に比べるとはるかに複雑であるし、あるひろがりをもつた波源でもあるので、上の関係がそのまま成立つはずのものではない。しかし、この点波源の場合との類似性から考えると、この関係式 (1) を足がかりとして、海上を走るじょう乱源から出発してある観測点にやってくる波浪と、それによつて起される脈動嵐との間の時間的な関係が明かにされる可能性がある。

そこで、実際に Fig. 2 で示された資料を用いて、 V, L, D を天気図上で測り、 D と L/V との関係を調べて見た。その結果が Fig. 4 である。この図で、黒丸およびその二重丸はそれぞれ中心示度 1000 mb. 以上および 985 mb. 以下の低気圧および台風に対するものであつて、それぞれ直線 (a) (b) のまわりになりにくならんでおり、もしもこれらの中心示度がそれぞれ一定のものだつたら、よりきれいな直線性が認められると予想される。そしてこの図から、これらの直線は、

$$D(p_0) = v(p_0)(L/V) + D_0(p_0) \quad (2)$$

とかける。ここに、 $D_0(p_0)$ は、これらの直線が D 軸を切る点を示し、中心示度 p_0 が低い程大きくなつてゐる。また $v(p_0)$ は直線の傾斜であるが、これは中心示度の低いグループの点に関

するものの方が大きくなつてゐる。しかも注目すべきことは、直線 (a), (b) の傾斜からこの $v(p_0)$ を求めてみると、(a) については約 30 km/hr, (b) については約 18 km/hr となることで、これらの値は、中心示度が 985 mb. 以下および 1000 mb. 以上の低気圧の中心附近から出る波浪の群速度として、それぞれ極めて妥当な値である¹⁰⁾。つまりこのことは、Fig. 4 に示された結果は、低気圧や台風の中心附近から出た波浪が、 $v(p_0)$ という速度で海上を走り、それが観測点附近の海岸に到達した時刻に、観測点の脈動嵐も最大に発達する、ということを示していることになる。

しかし、点波源の場合の式 (1) と違つて、(2) 式は $D_0(p_0)$ という付加項をもつており、また L/V の負の側にも何個かの点がある。これらの点はいずれも、じょう乱源が観測点に近接する以前に脈動嵐が最大になつた場合のあつたことを意味する。この点はどう説明できるであろうか。

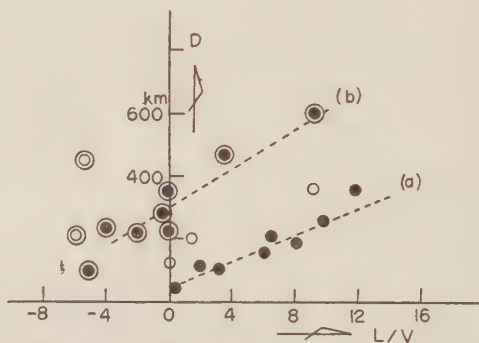


Fig. 4. Observed relation between D and L/V . Black and double black circles correspond to the cyclones with $p_0 > 1000$ mb. and with $p_0 < 985$ mb. respectively. White and double white circles correspond to the cases when cyclonic centers ($p_0 < 1000$ mb. and $p_0 < 985$ mb. respectively) passed at the left side of the station.

§ 3. 脈動嵐の眼

今, Fig. 3b に見られるように, じょう乱源の周りにある領域 C を考える. そして, このへり辺りから出発した波が, 丁度最大の波高をもつた波浪として, 観測点附近のどこかの海岸線に到達するものとしよう*.

そうすると, この図からすぐに, $(D-D_0)/v=L/V$ が得られ, これから, 実際の観測の結果えられた式(2)と全く同じ式がよいに得られてくる. つまり, (2)式の $D_0(p_0)$ は, このじょう乱源の周囲に考えた領域の, 観測点側へのふくらみの半径の長さを表していることになる.

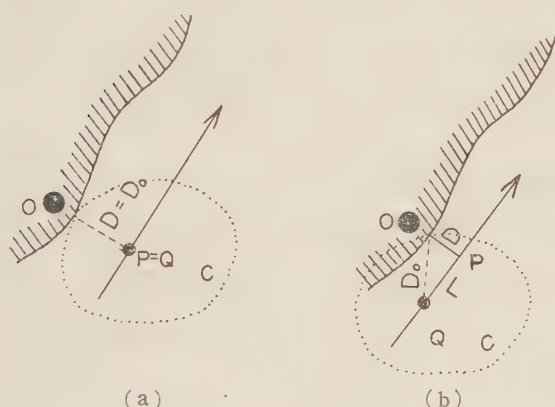


Fig. 5a. Schematic figure which shows the position of a cyclone when it passed offshore near the coast with the distance equal to D_0 .

Fig. 5b. Schematic figure which shows the relation between D and L when a cyclonic center passed offshore near the coast so near as $D < D_0$.

更に, こうした領域を仮定することによつて, Fig. 4 における L/V が負の範囲の資料についても説明がつく.

この説明は, モデル化された Fig. 5 で与えられる. たとえば, 中心示度が低い (この場合には $D_0(p_0)$ は大きくなる. つまり領域 C は大となる) か, または中心が観測点のかかなり近くを通るかする場合には, $D_0 > D$ となるので, b 図のような関係になり, この場合には中心がか P 点を通らぬ前に O 点の脈動は最大になってしまう. 前にあげた Fig 2. でも分るように, 日本の西南部の観測点では, 台風の中心示

度も低く, また陸地に近接するので往々 $D_0 > D$ という条件が満足される. 事実, Fig. 4 で, 負の L の値が得られた数個の資料のほとんどは, 西南部の観測点でえられたものである.

更に, Fig. 4 中, 白丸およびその二重丸で示された資料について述べよう. これらの点は, いずれもそれぞれ中心示度 1000 mb. 以上 (白丸) および 850 mb. 以下 (白の二重丸) の波浪源が観測点の左側を通つた場合のものであつて, 二重丸の方は二点だけなので, はつきりした傾向は分らないが, 白丸の方は明かに (a) 直線よりも上方に, しかもほぼ平行にならんでおり, D 軸を (a) よりも大きな値の点で切つている. このことは, これらの点からはより大きな $D_0(p_0)$ がえられるということ, いいかえると, 前に仮定した領域 C は, 波浪源の進行

* 海洋学関係の方の御意見を質したところ, この仮定は決して不自然なものではない. というこゝであつた.

方向に対し右側により大きくふくれている (Fig. 3 (b) および Fig. 5 のように) ことを意味する。この点も、北半球では、低気圧や台風の進行方向に対して右半分の領域ではすべてのじよう乱がより激しい。つまり、右半分では見かけ上、低気圧や台風の強さが強くなつていているという、よく知られた事実と合致する。

因みに、Fig. 4 から、領域 C の左側へのふくらみの半径 $D_0(p_0)$ をよみとると、その値は 1000 mb. 以上および 985 mb. 以下の場合、それぞれ数 10 km および 300 km 程度のものになる。

とにかくこのようにして、われわれは、海上を通過する波浪源の囲りに、中心示度によつて異なるある大きさの領域を考え、そのへりから出た波浪が最大波高の波としてどこかの海岸に到達し、それがそこで最大振巾の脈動となつて観測される。と考えると、すべての観測事実がきれいに説明できてくる。そういう意味では、この領域 C は、いわば「脈動嵐の眼」といつてよいだろう。

§ 4. 波浪と脈動の同一地点における同時観測

以上で、波浪のエネルギーが脈動に変換される場所は海岸にある、ということは明白になつたと思われるが、より直接のきめ手は、実際に同一地点で波浪と脈動を同時に観測し、両者の振巾変化を比較する、という手段である。そこでこの実験を、運輸省第二港湾課建設局の波浪計のおかれていた千葉県銚子市の名洗で、1949 年秋の台風期に行つた。

Fig. 6 がこの実験地を示す。S, O がそれぞれ波浪計および地震計の設置場所である。この実験の結果は Fig. 7 のごとくであつて、各台風の径路上に、最大波高を波浪計が記録した時

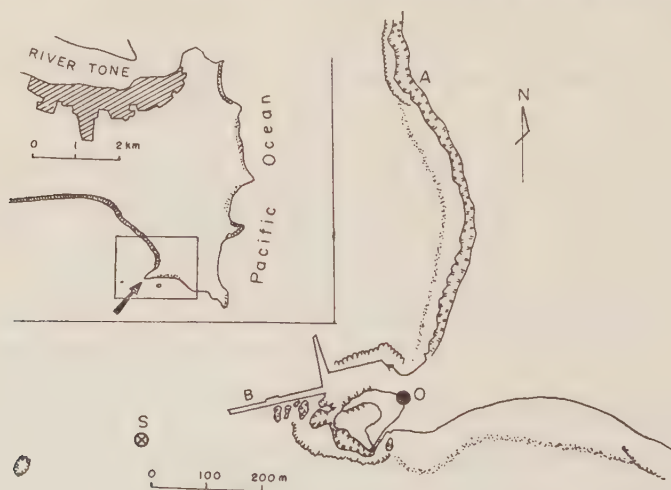


Fig. 6. The map which shows the positions of microseismic observations (O) and of wave gauge (S) respectively. The location of this wave gauge station Naarai is shown in the annexed small map.

刻 (T_s)と、最大振巾の脈動を地震計が記録した時刻 (T_M) とがそれぞれ異つた矢印で示されている。なお、参考のために、同じ場所での最大風速時 (T_W) も示しておいた。また径路上の小さい黒丸は各 12 時間毎の台風を中心の位置を示す。

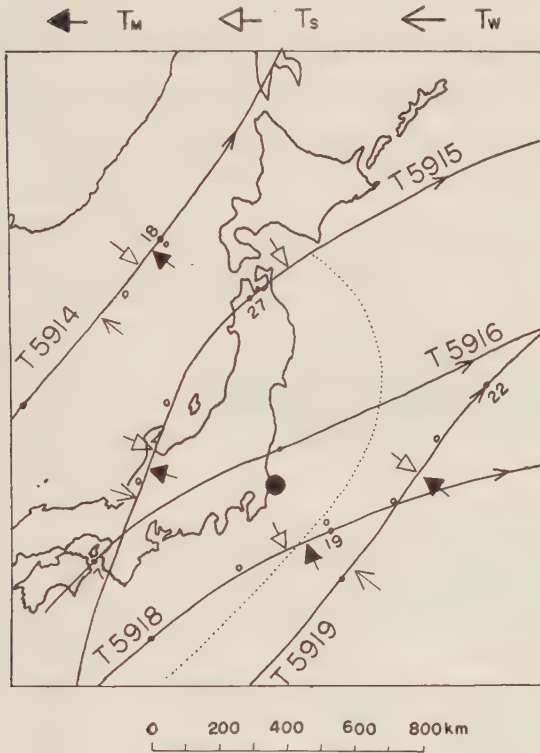


Fig. 7 Representation of three kinds of times, T_M (when the maximum microseismic amplitudes were recorded), T_s (when the highest swells were recorded), and T_W (when the largest wind velocities were recorded) on each travelling path of typhoons. Small circles mean the recording times of swells before and after the T_s .

この図で見ると、 T_M と T_s とは最大約 1 時間のずれが見られるが、これは致し方がない。なぜならば、波浪計の記録の送りは 2 時間ないし 4 時間毎に 20 分間という間けつ連続記録であつたために (T_s の前後の小さい白丸が、この前後の記録時刻を示す) 真の T_s を測り逃がした可能性が多いためである。こうした点を考えると、まづ T_s と T_M はほとんど一致しているといつてよい。少くとも、もし脈動が台風を中心附近で起るとしたら、波浪と脈動の伝播速度の大きな相異から考えて、たとえば台風 19 号 (T 5919) の場合を例にとると、 T_M は T_s より 10 時間近くも先んじなければならぬはずである。

なお Fig. 7 で更に注意すべき点は、T 5915 の場合、27 日午前 2 時頃、波浪の方で第 2 の最大波高値が記録されていることである。残念ながら、この時は脈動の方の記録は中止した後なので、この時刻と T_M との比較はできなかつたけれども、

天気図を見ると、この頃、台風はすでに勢力が衰えて普通の低気圧となり、その代り、顕著な寒冷前線が図の点線の位置に走っていることが分つた。つまり、17 日午前 2 時頃の第二の波浪の高まりは、この寒冷前線のためであり、図のように、寒冷前線が太平洋側に出る時、日本各地の脈動が一斉に大きくなることは、筆者が別稿でのべた通りである¹⁴⁾ことを想い合せるならば、名洗の脈動が、この時刻にやはり最大振巾を示したであろうことはよいに想像される。

§ 5. 波浪と脈動の周期の関係

波浪と脈動の周期間の関係については、今までにも多くの観測結果が報告されており、いずれも前者が後者の約2倍になつている。この事実が、Higginsの脈動の発生機構に関する「定常波説」を生むきっかけとなつたことは、§1ですでにふれた通りである。筆者も、気象研究所の本沢綏氏の大変な御尽力を頂いて、日本各地の波浪計による観測資料を集めて頂き、それらと、I.G.Y. 期間中の各地の脈動観測の資料とから、比較的相近接した2点における両者の周期の関係を調べることができた。

その例が Fig. 8 に示されている。この図で上の4つは、1958年の1, 2, 3 および5月に東大地震研究所筑波支所で観測された脈動の周期の変化(実線)と、同期間中の名洗(筑波からの距離約100 km)における波浪の周期の半分(点線)を比較したもの、下の1つは同じく秋田の脈動(実線)と、そこから約100 km離れた酒田港における波浪の周期の半分(点線)の比較である。ところどころ、十分には一致していないところも見られるけれども、後述するように、ある一点にやってくる脈動波は、決して一カ所からのものだけではないので、この場合にも、名洗または酒田に到達した波浪が全部そのままそれぞれ筑波または秋田の脈動をひき起している訳ではないことを考えると、完全な一致の見られないのはむしろ当

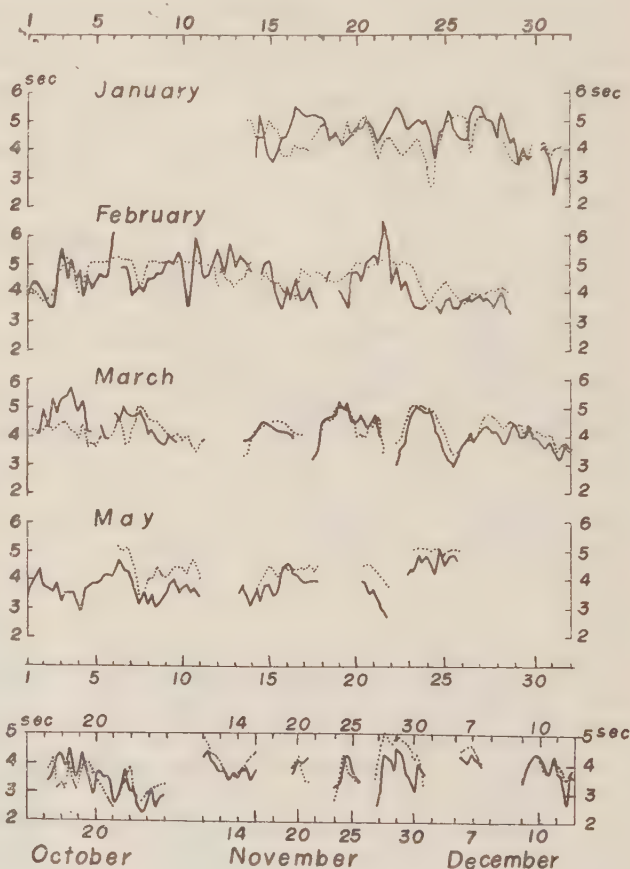


Fig. 8 Relation between the variation of the periods of microseisms (solid line) and half periods of swells (dotted line) recorded at two neighboring stations. The upper figure indicates those of Tsukuba (microseisms) and Naarai (swells), and the lower those of Akita (microseisms) and Sakata (swells).

然であつて、この程度の一致を見たことは、従來の多くの観測通り、脈動は波浪の周期の半分の周期をもつ弾性波となつて伝播してくるといつて差支えないと思われる。

ただ、このような周期の関係だけから Higgins の説を支持する前に一応調べて見なければならぬ点がある。それは、波浪の波形中に第二高調波がどの程度に含まれているか、という点である。それは、この第二高調波の含まれ方いかんによつては、かりに定常波でなく、直接波そのものが、脈動を起すとしても、一般の脈動計の特性から考えると、波浪の基本波よりもこの第二高調波の起す脈動の方だけを大きく記録してしまうことになるので、あえて定常波説に頼らなくてもよいことになるからである。

幸にして、1959 年の秋頃、気象研究所海洋研究部の降幡常雄氏が、すぐれた自動分析器を完成され¹²⁾、それによつて波浪のスペクトルを詳細に調べることができた。Fig. 9 にその 1 例

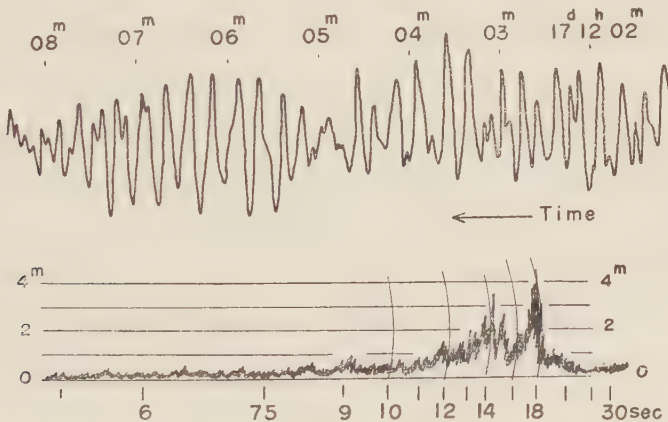


Fig. 9 Wave form of swells recorded at Naarai due to the passing of the typhoon 5821 (above), and the corresponding period spectrum (below).

が示されている。上の記録が 1948 年の台風 21 号通過時の名洗における波浪の記録で、下の図がこの記録のスペクトルである。見られるごとく、この場合には 17 秒および 14 秒前後に大きなスペクトルの山があるが、それらの第二高調波とおぼしきものはほとんど見られない。

こうした点から見ても、脈動の周期が波浪の周期のほぼ $1/2$ になっていることは、脈動が波浪の定常波によつて誘起された結果であると考えざるを得ない。

§ 6. 脈動はどこでどうして起るか

以上のことから、脈動の発生源に対する解釈は、自づとつぎのような結論に落ち着いてくる。すなわち、海上を通過する じょう乱源（低気圧や台風など）から出た波浪は、海岸線のどこか、十分の反射波を起しうるような条件の場所に達した時、そこで入射波と反射波との間に定常波が生じ、そこから脈動が生れる、という解釈である。つまり、このような場所が脈動の発生源であつて、おそらく、特に島上に観測点がある場合には、こうした発生源は観測点を取り

まいて何か所か散在するであろう。また、このような発生源は、そこにやってくる波浪の反射される割合やそれによつて生ずる定常波の発生領域の広さなどによつて、それぞれ異つた強さをもつであろう。それで、たとえば、ある観測点の近くに、特に強い発生源がある場合には、海上を走る波浪源の移動にかかわらず、いつもこの強大な発生源からの脈動波が卓越するために、脈動の到来方向は、波浪源の移動を追跡せずに、いつもこの強い発生源の方向を示すようになるし、また、一般の場合、観測点の周囲に散在する多くの発生源から来る脈動波の大きさは、それぞれの発生源に到来する波浪の振幅が、おのおの独立に周期的に変化する性質のものであるために、これまたおのおの独立に強くなつたり弱くなつたりする。したがつて、ある1点で脈動を観測する限り、脈動の到来方向はあちこちに变化して一定しない。Fig. 10 は、以上のべた事柄を模式的に示したものである。



Fig. 10 Schematic figure which shows the distribution of the origins of microseisms with various strengths (M_i) around a certain station O.

このような点を考えると、一点ないしは三点観測などで脈動波を記録し、それらの波形に基づいていろいろ議論をする場合には、その波群がたしかにある一つの脈動源からきたものである、という確証がなんらかの方法でまづなされない限り、その結果には意味がなくなる。そういう意味で、最近行なわれている岡野氏による、ベクトル地震計を用いた脈動の研究^{13) 14)}はこのような脈動波の性質を十分考慮した新しい方法として、今後が注目される。

然し一方、じょう乱源の中心附近でも脈動が起る可能性は果してないであろうか。Higgins は、進行しつつある低気圧がある位置から出した波浪が、つぎの位置で出す波浪と干渉し合つて、中心附近でも定常波が起るであろう、といつている¹⁵⁾。然し、宇野木氏が実際の台風の中心附近における波浪分布を数多く調べた結果によると、これらの波浪は、その周期も、またそれらの進行方向も、定常波を起す様な関係からはかなりのずれを見せている¹⁶⁾。したがつて、単独のじょう乱源の中心附近で定常波が起ることは難しいであろう。

海上はるか沖合で定常波が起る唯一の可能性は、2個のじょう乱源が同じ海面の領域内に共存する場合に生ずるかも知れない。この可能性をしさする観測が、Guam 島でなされたことがあるし¹⁷⁾、A. E. M. Geddes も、Aberdeen における脈動観測で、2つの低気圧が同一海面上に現れた時に脈動が大きくなることを認め、この場合は、脈動が両者から出た波浪の干渉による定常波の発生で起されたものと考えられる。と述べている¹⁸⁾。筆者の研究は、すべて単独の低気圧や台風による脈動の発生に場合を限定したので、この点の追究はできなかつたけれども、以上のことはきわめてありそうなことである。

§ 7. あ と が き

終りにのぞみ、本研究に当つては、気象庁長官和達清夫博士、地震研究所宮村摂三氏の御鞭撻と御指導が大いに力になつた。また、海洋学上の問題では、気象研究所宇野木早苗博士にいろいろ御教をうけた。同じく気象研究所の木沢綏氏は、種々の困難な事情下にもかかわらず、豊富な波浪の資料を筆者のため大変な努力をされて集めて下さつた。更に、名洗における脈動観測に際しては、港湾課建設局長の星野晃氏はじめ、多数の方々の御協力を頂き、千葉大文理学部当局の御好意で、地震計その他一切を長期間、同大学附属の海洋研究所の一室におかせて頂いた。そして観測期間中は、同所の高木仁平氏に多大の御世話になつた。これら多くの方々には心からの感謝を捧げたい。

参 考 文 献

- 1) M.S. Longuet-Higgins: A Theory of the Origin of Microseisms: Phil. Trans. Roy. Soc. London, A, 243 (1950), 1.
- 2) R. I. B. Cooper and M. S. Longuet-Higgins: An Experimental Study of the Pressure

- Variations in Standing Water Waves: Proc. Roy. Soc. A, 206 (1951), 424.
- 3) M. S. Longuet-Higgins: Can Sea Waves Cause Microseisms?, Symposium on Microseisms, National Academy of Sciences, National Research Council, (1953), 74.
 - 4) 例えば U. S. Navy: The Use of Microseisms in Hurricane Detection: Trans. Amer. Geophys. Union, 27 (1946), 111.
 - 5) M. H. Gilmore: Tracking Ocean Storms with the Seismograph: Bull. Amer. Meteor. Soc. 28, (1947), 73.
 - 6) B. Gutenberg: 3) の脈動に関するシンポジウムにおける F. W. Van Straten の講演に対する Discussion: Symposium on Microseisms, (1953), 191.
 - 7) 井上宇胤, 広野卓蔵, 村井五郎: 脈動と波浪; 驗震時報, 第 21 卷, 別冊, (1956), 11.
 - 8) T. A. Santó: Investigations into Microseisms Using the Observational Data of Many Stations in Japan (Part I), —On the Origin of Microseisms.—; Bull. Earthq. Res. Inst., (1959), 307.
 - 9) F. I. Monakhov: Developement of Microseismic Method of Tracking Storms at Sea; Abstracts of the Reports at the XI General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics, (1957), 76.
 - 10) S. Unoki: On the Speed, Travel Time and Direction Of Ocean Waves due to Tropical Cyclones; Journ. of the Meteor. Soc. Japan, Ser. 2, 34 (1956), 354.
 - 11) 前出 8) に同じ,
 - 12) 降旗常雄: 新しい自動データ処理機械 MERIAC-1-F について; 気象統計, 第 10 卷, (1959), 23 頁.
 - 13) 岡野健之助: 阿武山地震観測所において観測された脈動について; 地震, 第 13 卷 第 4 号, (1959), 182.
 - 14) 岡野健之助: Vector Seismograph によつて観測された脈動の伝播方向; 地震, 第 13 卷, 第 1 号, (1960), 37.
 - 15) 前出 3) に同じ.
 - 16) S. Unoki: On the Ocean Wave due to Tropical Cyclone (2nd paper); Distribution of Waves viewed from Geometric Consideration and Typhoon Reconnaissance by Aircrafts; Journ. Met. Soc. Japan, Ser. 2, 35 (1957), 6.
 - 17) J. E. Dinger: Microseisms and Ocean Wave Studies on Guam; Trans. Amer. Geophys. Union, 36 (1955).
 - 18) A. E. M. Geddes: A Survey of the Microseisms Recorded at Aberdeen in 1955, together with a Review of the Meteorological Conditions under which they may have Arisen; Bull. Seis. Soc. Amer. 48 (1958), 65.

分散性表面波の解析*

東京大学地震研究所 佐 藤 泰 夫

(昭和 35 年 7 月 1 日受理)

Analysis of Dispersed Surface Waves

Yasuo SATÔ

Earthquake Research Institute, Tokyo University

(Received July 1, 1960)

The study and analysis of dispersed surface waves is aimed at a knowledge of (1) the structure of the medium through which the waves are being propagated, and (2) the mechanism of the source which radiates the disturbance into this medium. A general survey of the different methods of analysis starting from observed data is first presented, with special emphasis on direct methods for obtaining the structure of the medium. These are the use of the WKB-approximation, and a high-speed iterative computation procedure. The use of Fourier analysis is also discussed, and examples shown based on data from natural and from artificial disturbances.

Contents are:

1. General view of the study on dispersive surface waves.
2. Indirect method of determining structure.
3. Direct method for structure determination.
4. Spectral distribution and absorption by Fourier analysis.
5. Phase velocity by Fourier analysis.
6. Computation of motion.
7. Effect of seismographs.

§ 1. 分散性表面波研究の概観

今日表面波の研究は極めて盛であり、その基礎をなすものが正確な観測にある事は言ふ迄もないが、本稿では、既に十分信頼に値する観測が行はれ、記録が得られてゐる事を前提として議論を進める。

分散波の研究は大きく見て二つの目的を持つであらう。第一は波動が伝はつて来た媒質に関する知識を得ることであり、第二はその波動を送り出した振動源について知ることである。従つて、観測はこの二つの目的と幾つかの段階をへて結ばれることになる。それを模式的に表現したものが Fig. 1.1 である。

* 本稿は昭和 34 年 6 月 29 日～7 月 2 日の間、アメリカのペンシルバニア州立大学で行なわれた“International Symposium on Stress Wave Propagation in Material”において行なつた講演に、僅かの取捨、訂正を加えたものである。この方面における最近 1 年間の研究の進歩により、今日では多少当時と異なつた点もあるが、そのための訂正は原則として行なつていない。

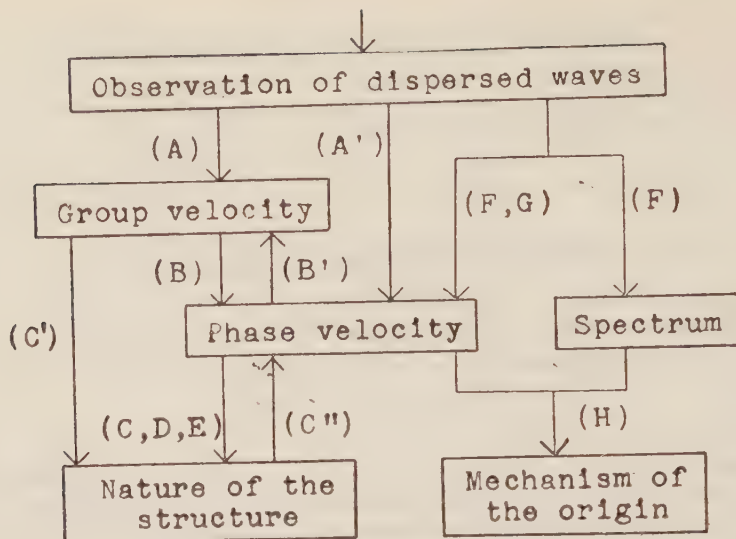


Fig. 1-1. Schematic diagram for analysis of dispersed surface waves.

地震学において、分散表面波の研究の為に払われた多くの努力は、この図の中どこかに位置を占める事となる。以下それぞれの段階について記述を試みる。

§2. 地下構造決定のための間接法

(A): Fig. 1-1 において、(A) は観測されたものから群速度を求める過程である。通常我々は山・山、谷・谷の時刻と間隔とを測つて、波の速度と周期とを求める。

(B): 次に行はれるのは、群速度から位相速度を求める過程である。此のためには、群速度の曲線を図的に積分するか、或は微分方程式

$$U = dp/df = d(fc)/df \quad (2.1)$$

(U は群速度、 c は位相速度、 p は角振動数、 f は波数) を数値的に解く方法が採られる。この時現はれる積分常数は、ある一つの周期に対する位相速度がわかれば決定される。

(A'): しかしながら、観測から直接に位相速度を求める事も可能である。三点観測法¹⁾ はこれであり、図中 (A') によつて此の過程を示した。

(C), (C'): 上のやうにして得られた分散の性質は、地下構造に関して何事かを語つてゐるはずである。群速度をそのまま用ゐて構造を定めようとするものを (C'), 位相速度によるものを (C) と記した。

(C''), (B'): その際もつとも普通に採られるのは、過去に得られた知識から適当と思はれる地下構造を仮定し、その中を伝はる表面波の速度を計算して、実測と比較する方法である。これは構造を既知として分散を求めるものであり、上に述べたのとは逆方向に進む過程である。

が、地下構造について相当の知識を持ち、且誤差の含まれる観測に頼る限り、解が唯一でないこと²⁾を承知して使用するならば、有用であらう。実際に多くの成果が得られてゐる。

§ 2.1. 層構造をもつ媒質内を伝はる表面波の分散を求める事

(C') は物質常数の分布を与へて、位相速度を求める操作につけられた名称である。もしも媒質が一様な層からなる時には、境界条件から得られる行列式の形の方程式を解いて速度は決定される。しかし此の方法は、層の数が増すにつれて、計算が極度に複雑になるといふ短所を持つ為、最近では W. T. Thomson⁹⁾ によつて考へ出され、後アメリカでは H. A. Haskell⁴⁾、日本では鳥飼安生⁵⁾、松本利松⁶⁾、本間正作⁷⁾ らによつて改良発展された方法が有力となつて来た。

不均質な媒質に対しては異なつた方法をとる事もできるが、又多数の薄い一様な層によつて連続的な分布を近似させるならば、上述の方法をそのまま使用することも可能である。J. Oliver, J. Dorman⁸⁾ の研究はその代表的なものであるが、かうした近似法（或は逆に連続分布による層構造の近似）をとる時、その精度がどの程度になるかは注意を要する事柄である。十分の精度を得る為には、相当に薄い多数の層によらなくてはならない事がわかつてきた。

§ 2.2. 連続な物質分布を持つ媒質に対する変分法の応用

H. Jeffreys⁹⁾ によつてはじめて表面波の計算に応用された変分法は、極めて巧妙な方法であるにもかかわらず、しばらく忘れられて居り、最近になつて俄に活発に応用せられるやうになつた。即ち、C. L. Pekeris¹⁰⁾ 及び N. Jobert¹¹⁾ は、不均質な地球の自己振動周期の計算にこれを用ひ、更に竹内、小林¹²⁾ らは方法を改良してラブ波、レーリー波の計算に迄拡張した。

これは要するに、(ラブ波を例にとれば) 微分方程式

$$\mu \frac{d^2 V}{dz^2} + \frac{d\mu}{dz} \frac{dV}{dz} + f^2(\rho c^2 - \mu) V = 0 \quad (2.2)$$

(μ は剛性率、 ρ は密度； c は位相速度、 f は波数； z は深さ方向の座標、 V は変位の振巾) を解いて境界条件をみたす f と c の組を求める事が、積分

$$I = \frac{1}{2} c^2 \int_0^\infty \rho V^2 dz - \frac{1}{2} \int_0^\infty \mu \left\{ V^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dV}{dz} \right)^2 \right\} dz \quad (2.3)$$

を極小ならしめること、或は変分形式の

$$c^2 \int_0^\infty \rho V \delta V d(fz) - \int_0^\infty \mu \left\{ V \delta V + \frac{dV}{d(fz)} \frac{d\delta V}{d(fz)} \right\} d(fz) = 0 \quad (2.4)$$

を解く事と同等であるといふ原理に基づくものである。竹内・小林らは ρ , μ の分布が簡単な場合について、計算の手間の少い、しかも精度の高い美事な成果を示しているが、 ρ , μ , 又 V の分布が複雑になると困難が加はつて来る。

§ 2.3. 微分方程式の数値積分による方法



In order to save time required for plotting, an IBM "CPC" was used to draw a curve given as the solution of the differential equation. The minus signs denote the zero line. The value of V is given to six digits say, 1.23456. Only the first three digits 1.23 are adopted for plotting. The third number, "3," is printed at the point indicated by the first two numbers, namely, the twelfth location to the right of the zero line. Zeroes are not printed by the machine. Two parameters are shown on the right side of the figure. The first parameter (172) was fixed and the second was changed. The correct answer lies between 9725 and 9675 in this case.

Fig. 2.1. An example of the search for the second mode of heterogeneous Love waves.

しかし分散曲線の数値計算には、又別の方法が存在する¹³⁾。説明の都合上さきに挙げたラブ波を例にとるならば、基礎方程式は (2.2) と同じである。我々の問題はこの式の中に含まれてゐる二つのパラメーター、振動数 p と波数 f の適当な組合せをとつて、境界条件を満たす解を求める事にある。その為に先づパラメーターの一方例へば f を固定し ($f=f_0$)、他方 p にかりに一つの値を入れて、表面の条件をみたす (2.2) の解を求める。この解がもしたまたま $z=\infty$ で収斂するならば、上にとつた f, p の組合せは、分散の条件を満たしてゐる事になる。しかし一般には解は $+\infty$ 又は $-\infty$ に発散する (Fig. 2.1 参照)。 p を加減して収斂する解を与える $p=p_0$ を求めるならば、この f_0, p_0 の組が位相速度を与えるものである。此の方法の一つの長所は、 ρ, μ 等の分布が任意に与へられても、全く同じやり方によつて必要な精度を持つた解が得られる事である。

他の利点は、微分法によらずに群速度を求めうる事にある。式 (2.1) を用ゐ、数値微分によつて位相速度から群速度を求める時には、精度が著しく下る上に、何点かの位相速度を求めても、これから計算しうる群速度は通常何個か少い。かうした困難をさける方法が古く E. Meissner によつて示された¹⁴⁾。一般にノーマルモードの振動に対しては平均の運動エネルギーとポテンシャルエネルギーとは等しいから、上の問題に此の原理を適用すれば、表面の単位面積当り

$$\begin{aligned} \text{運動エネルギー} &= \frac{1}{4} p^2 \int_0^\infty \rho V^2 dz \equiv \frac{1}{4} p^2 I_1 \\ \text{ポテンシャルエネルギー} &= \frac{1}{4} \int_0^\infty \mu \left\{ \left(\frac{dV}{dz} \right)^2 + f^2 V^2 \right\} dz \equiv \frac{1}{4} I_2 + \frac{1}{4} f^2 I_3 \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\text{を用ゐて} \quad p^2 I_1 = I_2 + f^2 I_3 \quad (2.6)$$

分布函数 $V(z)$ の微小な変化によつて、 f, p の関係がうける影響は2次の微小量となるから、上式の I_1, I_2, I_3 を固定して f で微分し、

$$p \cdot \frac{dp}{df} I_1 = f I_3$$

$$\text{これから直に} \quad cU = I_3/I_1 \quad (2.7)$$

なる関係が得られる。

この式によつて群速度 U を得る為には $V(z)$ を含む積分 I_1, I_3 が必要であり、これを求める困難のために従来実際に応用された事は少い。しかし本節のはじめに述べた計算法による時には、 p, f の関係を求める際、同時に $V(z)$ の分布も得られるから、特別の手数なしに c と共に V を求めることができる。またその精度も c と同じ程度に保たれる。

p, f の関係を求める計算法としては、最近同様の考えに基づく方法が、N. Jobert¹⁵⁾ によつ

て試みられた。二つの点（こゝでは $z=0$ および ∞ ）で条件を満す微分方程式の解を数値的に求める Fox の方法を、上記の解法に応用したものである。

かうした方法上の進歩と、高速計算機の発達とが相まつて、今日表面波の分散曲線を数値的に求める問題は、完全に解決したといふことができる。

§ 3. 地下構造決定のための直接法

前節にのべた間接法が、現在地下構造を定めるために採られる普通の方法である。しかし分散曲線より直接に構造を決定する事が可能ならば、かうした方法がより望ましい事は言をまたない。又間接法によつて求められたものは、条件を満す一つの解といふに止り、これと異なる解の有無については何ら語る所がない。

§ 3.1. WKB 近似を用ゐる高橋の方法

この問題に対する一つの寄与に、WKB 法による近似を用ゐた高橋健人¹⁶⁾の研究がある。再びラブ波を例にとるならば、基本方程式は (2.2) と同じであるが、本節では別の形から出発する。

$$\frac{d}{dz} \left(\mu \frac{dV}{dz} \right) + \mu s^2 V = 0 \quad (3.1)$$

こゝに

$$s^2 = p^2 \frac{\rho}{\mu} - f^2 = f^2 \left\{ \left(\frac{c}{v_s(z)} \right)^2 - 1 \right\}$$

$$c = p/f, \quad v_s(z) = \sqrt{\mu/\rho} \quad (3.2)$$

変数変換

$$\theta = \int_0^z s dz, \quad Z(\theta) = \sqrt{\mu s} V(z) \quad (3.3)$$

を行へば、(3.1) は

$$d^2 Z / d\theta^2 + \{1 + Q(\theta)\} Z = 0 \quad (3.4)$$

とかける。式中

$$Q(\theta) = -\frac{1}{\sqrt{\mu s}} \frac{d^2}{d^2 \theta} \sqrt{\mu s} = -\frac{1}{\sqrt{\mu s}} \left(\frac{d}{s dz} \right)^2 \sqrt{\mu s} \quad (3.5)$$

である。こゝで次の三つの条件；

(i) $v_s(z)$ は z の増加函数である。

(ii) $c > v_s(0)$ 。以上のことから s^2 は唯一つの零点 $z = H$ を持つ。従つて

$$v_s(H) = c.$$

(iii) $|z-H|$ が大きい時 $|Q(\theta)| \ll 1$. (3.6)

が満されるならば、(3.4) の漸近解は

(a) $z \ll H$ で sin-型,

(b) $z \gg H$ で exp-型,

となり,

$$Z(\theta) \sim \cos \left\{ \frac{\pi}{4} - (\theta_H - \theta) \right\} \quad (3.7)$$

或は

$$V(\theta) \sim \sqrt{\frac{1}{\mu s}} \cos \left\{ \frac{\pi}{4} - \int_z^H s dz \right\} \quad (3.8)$$

この解法をはじめて示したのは H. Jeffreys¹⁷⁾ であつた。

もし表面の附近で, さきの条件 (iii) が満されるならば, (3.8) を自由表面の条件

$$(dV/(dz)_{z=0} = 0 \quad (3.9)$$

に代入して

$$\tan \left\{ \int_0^H s dz - \frac{\pi}{4} \right\} = \left\{ -\frac{\mu}{2} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\mu s} \right) \right\}_{z=0} \quad (3.10)$$

が導かれる。今 $\rho(z)$, $\mu(z)$ が与へられ, 以上の条件 (i)~(iii) が満される時には, (3.10) を用ゐて速度 c と波数 f の間の関係が得られる。即ち

$$\int_0^H \left\{ \left(\frac{c}{v_s(z)} \right)^2 - 1 \right\}^{1/2} dz = L \left\{ \frac{n}{2} + 0.125 - \frac{1}{2\pi} \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\mu}{2} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\mu s} \right) \right) \right\}_0 \quad (3.11)$$

L は波長である。

ラブ波の基本分枝に対してはこの公式は条件 (iii) がよく満されないために精度がよくない, 多少複雑な計算によつて近似を高めるなら, 次の式がえられる。

$$\int_0^H \left\{ \left(\frac{c}{v_s(z)} \right)^2 - 1 \right\}^{1/2} dz = L \left\{ 0.141 - \frac{0.9}{2\pi} \left(\frac{\mu}{2} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\mu s} \right) \right) \right\}_0 \quad (3.12)$$

但し右辺最後の項は小さい事を假定してゐる。

この点迄は, 前節にのべた三つと同様, 物質分布から分散曲線を求める方法であり, 過程 (C'') に分類されるべきものである。しかしながら, この方法が意味をもつのは, 第一近似ではあるが, 分散曲線から直接に物質分布を求める方法をこれから導き得る事, 今日此のほかにかうした直接方法が存在しない為である。

3.2. WKB 近似を用ゐる高橋の方法 (続)

先づ, 表面に於ては ρ , μ およびその深さの方向の微係数が既知であり, 位相速度 c_q は波長 L の函数として求められてゐるとする。その時 (3.11), (3.12) はつぎの形の積分方程式となる。

$$\int_0^H \left\{ \left(\frac{c_0}{v_s(z)} \right)^2 - 1 \right\}^{1/2} dz = I(c_0) \quad (3.13)$$

たとえば $n = 0$ の時, (3.12) の右辺第 2 項を省略しうるならば

$$I(v_0) = 0.141 L(v_0) \quad (3.14)$$

新しい記号

$$(v_s(0)/c)^2 = t, \quad 0 \leq t$$

$$(v_s(0)/v_s(z))^2 = \tau, \quad \tau \leq 1 \quad (3.15)$$

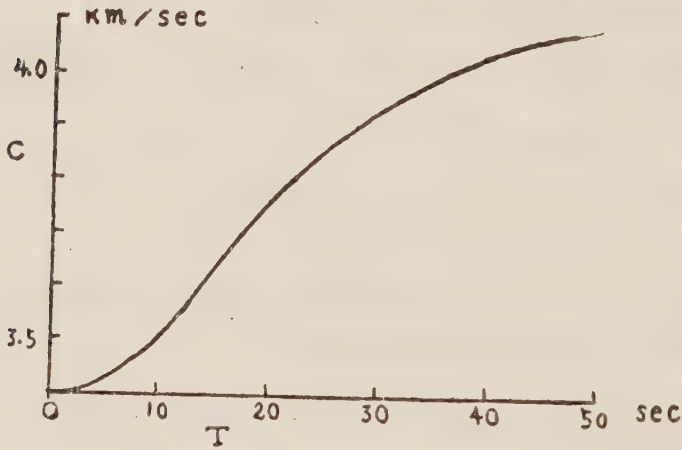


Fig. 3.1 a

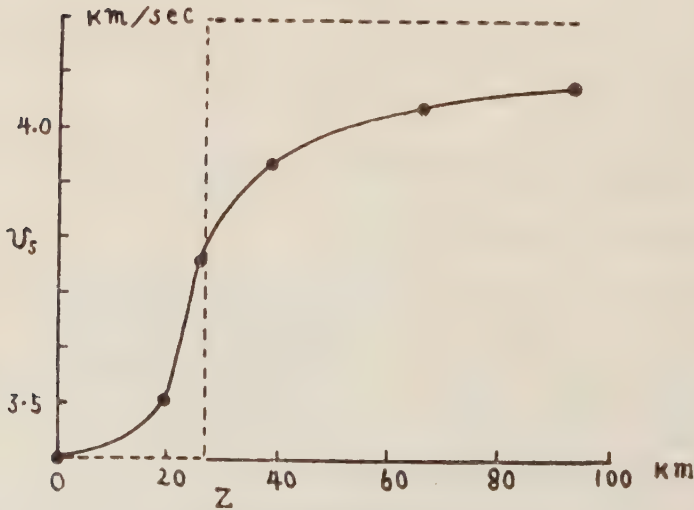


Fig. 3.1 b

Fig. 3.1 a and Fig. 3.1 b Dispersion curve of Love waves of great Assam earthquake in 1950 and the calculated structure by means of Takahashi's method.

を用ゐ、更に $I(c)$ を単に $I(\tau)$ とかけば、(3.13) は次の形の Abel 型積分方程式となる。

$$-\int_{\tau}^1 \left\{ \frac{t-\tau}{\tau} \right\}^{1/2} \frac{dz}{dt} dt = I(\tau) \quad (3.16)$$

その解はよく知られてゐるやうに

$$z(t) = -\frac{2}{\pi} \frac{d}{dz} \int_t^1 \left\{ \frac{t}{t-\tau} \right\}^{1/2} I(\tau) d\tau \quad (3.17)$$

となるが、部分積分によつて

$$z(t) = \frac{2}{\pi} \int_{\tau=1}^{\tau=t} (\tau-t)^{-1/2} d(\tau^{1/2} I(\tau)) \quad (3.18)$$

となり、更に (3.14), (3.15) を用ゐて

$$z(v_s) = 0.089 v_s \int_0^{T_s} \left\{ \left(\frac{v_s}{c(T)} \right)^2 - 1 \right\}^{-1/2} dT \quad (3.19)$$

の形に導かれる。ここに

$$T = L/c, \quad c(T_s) = v_s \quad (3.20)$$

最初の仮定により、 $c(T)$ は観測によつてわかつてゐる函数であるから、 v_s を与へれば、これに対応して深さ z が (3.19) によつて求められる。即ち、ここに目的の公式が得られた。同じ著者によつて、アッサム地震の資料を用ゐて数値計算の例が示された¹⁸⁾ (Fig. 3.1 a, b),

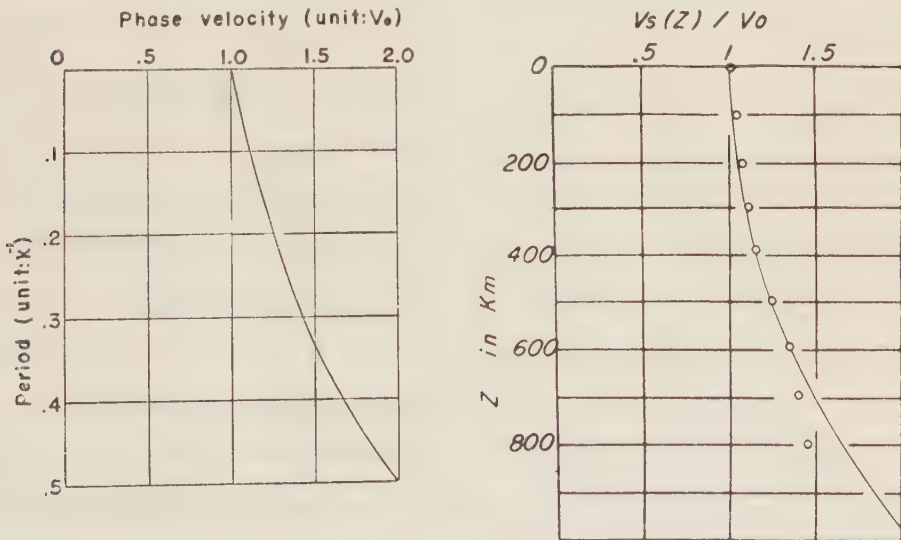


Fig. 3.2a. Dispersion curve given by the formula $c(T) = v_0/(1-\kappa T)$. In this case the group velocity takes a constant value v_0 . Right figure is the velocity distribution of S waves given by the above formula. Circles are the values of $v_s(z)/v_0$ taken from Bullen's table. κ was assumed to be $5.3 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$.

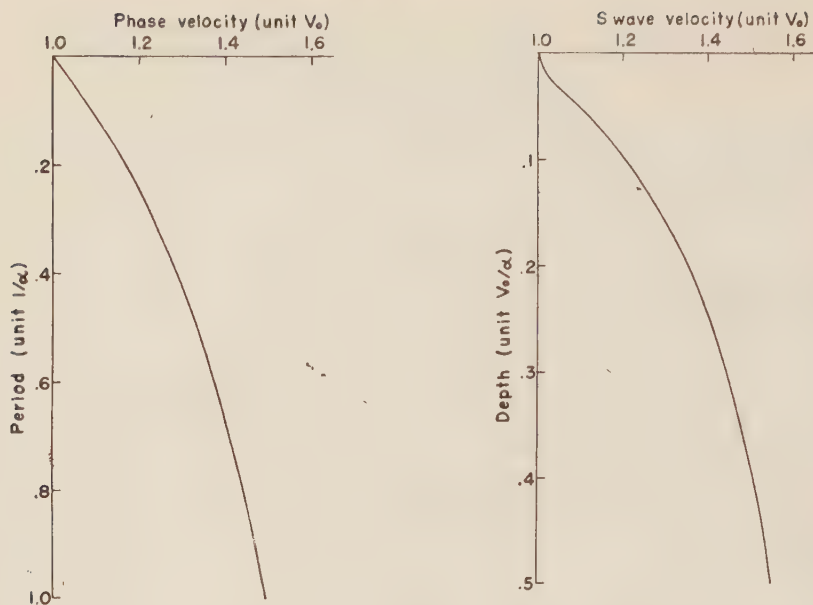


Fig. 3.2 b. Dispersion curve given by the formula $c(T) = v_0(1+\delta T)/(1+\beta T)$ and the corresponding distribution of the velocity of S waves. ($\delta = 2$ and $\beta = 1$).

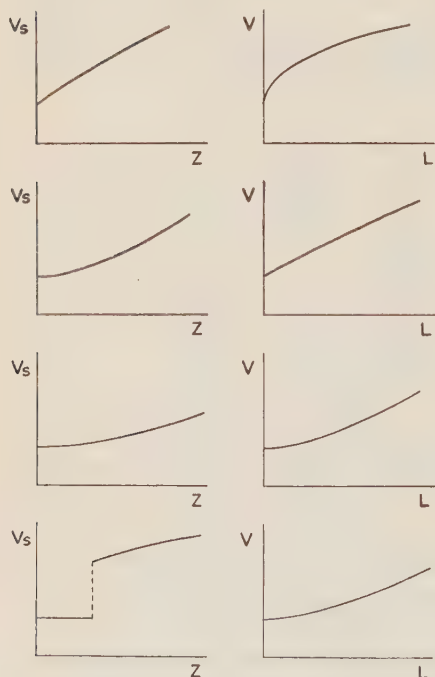


Fig. 3.3. Brief relation between the distribution of the shear velocity and the dispersion curve of surface waves. (Not to scale.)

別の簡単な例として、位相速度と周期が次の式で結ばれる場合がある¹⁹⁾。

$$c(T) = v_0(1 - \kappa T) \quad (3.21)$$

この場合 c は T の増加函数であるが、群速度は一定値 v_0 をとり、波は分散しない、かうした性質は G 波の伝播の際に見られる現象で、ことに興味深い。(3.19) の計算を行へば

$$z(v_s) = K \log \{ \bar{v} + \sqrt{\bar{v}^2 - 1} \}, \quad \bar{v} = v_s/v_0 \quad (3.22)$$

となる。曲線を Fig. 3.2 に示す。

また

$$c(T) = v_0(1 + \delta T)/(1 + \beta T), \quad \delta > \beta > 0 \quad (3.23)$$

の形の分散曲線を仮定すれば、速度分布は次の形に与えられる (Fig. 3.3 参照)。

$$z(v_s) = K \cdot \bar{v} \left\{ \frac{\beta(\delta - \beta)\bar{v}^2}{\sqrt{\delta^2 - \beta^2 v^2}} - \left(\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \frac{\beta\bar{v} - \delta}{(\delta - \beta)v} \right) + \frac{\delta \sqrt{v^2 - 1}}{\delta^2 - \beta^2 v^2} \right\} \quad (3.24)$$

地表面附近の S 波速度の分布とラブ波の分散曲線の関係を Fig. 3.3 に略図として示す²⁰⁾。

(E): 高速計算機を使用し、適当なプログラムを作つて、観測と一致する分散曲線が得られる迄、自動的に物質分布を変更しようとする試みがあり、これを (E) で示した。原理的には前節の間接法に属するが、実質的には直接法と同様の結果となる。この場合にも亦、上と同様、分布を連続的と仮定するか、或は多層構造とするかによつて方法は分れる。こゝでは M. Landisman によつて考へ出され、

完成はしなかつたが、筆者が試みた方法を述べる。Rayleigh 波の振幅分布を見ればわかる通り、深さが増すにつれてその振幅は急激に減少する (Table 3.1 参照)。従つて媒質の深い部分—波長の 2・3 倍以上—が表面波に与へる影響は實際上極めて小さい。云ひかへれば短い波の速度は浅い所の構造によつて決定される。又その逆も成立つ事になる。

最初に、Fig. 3.4 において、深さ A 迄の部分の速度分布が何らかの方法によつて決定し得たと仮定する。更に最初のあらひ近似として、

図中の速度分布 (0) を採用する事にする。§ 2.2 に述べた方法によれば、上の分布に対応する位相速度を求める事ができる。今極めて短波長の波から計算をはじめ、求められた分散曲線が観測によるものと B' 点迄一致したとしよう。今 B' に相当する波長の波は、実質上深さ B までの構造によつて速度が定まるとすれば、計算の最初に仮定した分布曲線 (0) の B 点迄は正しいわけである。従つて B 点以下を修正して分布 (1) を用ゐる事にすれば、前よりも一層良い一致が得られる筈である。かくして計算された分散曲線が C' 点まで一致し、これに対応する深さが C であるとすれば、前と同様の操作をくりかへし、C 以下を修正する。高速計算機を使用し得るならば、上述の計算を自動的に行つて、与へられた範囲内で観測された分散曲線に到達するプログラムを用意する事ができる。

Table 3.1. Vertical amplitude of Rayleigh waves in a homogeneous medium

	(Wave length) ×						
Depth:	Surface	½	1	1½	2	2½	3
Amplitude:	1	0.59	0.19	0.058	0.017	0.0047	0.0014

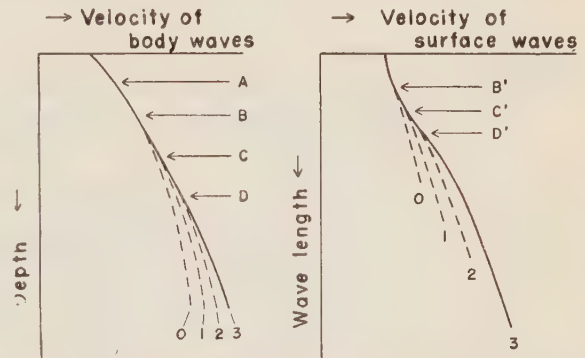


Fig. 3.4. Velocity distribution schematic curves for body waves and surface waves.

Fig. 1・1 の右半分は以下の節に論ずる。

§ 4. フーリエ分析によつて得られるスペクトル分布および媒質による吸収^{21) 22)}

(F) はフーリエ分析の過程である。

$f(t; r)$ は振動源からの距離 r の所で、任意の地震計によつて観測された曲線とする。函数 $f(t; r)$ の時間 t に関するフーリエ変換は

$$f^*(p; r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau; r) \exp(-ip\tau) d\tau \quad (4.1)$$

これは一般には実数とはならず、次の形に書く事ができる。

$$f^*(p; r) = F(p; r) \exp\{-i\mathcal{C}(p; r)\} \quad (4.2)$$

$F(p; r)$ は実函数であり、物理的にはスペクトルを意味する。

もとの函数 $f(t; r)$ は $f^*(p; r)$ をつかつて次の形に書かれる。

$$f(t; r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f^*(p; r) \exp(ip t) dp \quad (4.3)$$

この擾乱が $r = r_A$ の点まで伝はれば

$$f(t; r_A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(r, r_A; p) f^*(p; r) \exp\left\{ip\left(t - \frac{r_A - r}{V(p)}\right)\right\} dp \quad (4.4)$$

と書かれるであらうが、こゝに右辺第一の因数 $A(r, r_A; p)$ は、波面の拡がりのひび及び媒質の吸収によつて起る振巾の減少を表はす。又最後の因数は波の伝播による位相の違いを与えるものである。

一方同じ函数は、(4.3) の形のフーリエ変換によつて表わす事もできる。

$$f(t; r_A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f^*(p; r_A) \exp(ip t) dp \quad (4.5)$$

そして二つの式を等しいと置けば次式がえられる。

$$f^*(p; r_A) = A(r, r_A; p) f^*(p; r) \exp\left\{-i \frac{p}{V(p)} (r_A - r)\right\} \quad (4.6)$$

これは以下の計算の基本公式となる。

2点 $r = r$ および r_A において $f(t; r)$, $f(t; r_A)$ が観測されてゐる時には (4.1) を用ゐて $f^*(p; r)$, $f^*(p; r_A)$ を計算する事ができる。これと (4.6) を結びつけるならば、発震機構ならびに媒質の分散特性に関し、重要な知識を得る事が可能である。即ち

(I) 擾乱のスペクトル $F(p; r)$ がえられる。これは一般には r の函数であるが、函数 $A(r, r_A; p)$ が p によらない場合には、スペクトルはその強度を変ずるが、形は変らない。

(II) 上述の事から、媒質の吸収特性を求める事ができる。

(III) 公式 (4.6) の両辺の \arg を比較する事により、媒質の分散特性を調べうる (§5 参照)。

(IV) スペクトルと位相速度を組みあはせて、任意の点における動きを合成する事、従つて震源での動きについての知識を得る事が可能となる。 (§6 参照)

§4.1. 実 例

上の理論を実際に適用した例を以下に示す。 Fig. 4.1 a, b は H. Benioff が歪み地震計によつて 1938 年, New Guinea 地震の G 波を California で観測したものである²³⁾。ゼロ線からのずれを 6 秒ごとに読みとり、フーリエ解析を行つた。結果は Fig. 4.2 (G_1 , $\Delta = 109.6^\circ$) および 4.3 (G_3 , $\Delta = 469.6^\circ$) に示されてゐるが、両曲線をなめらかにし、一つの図にかけば

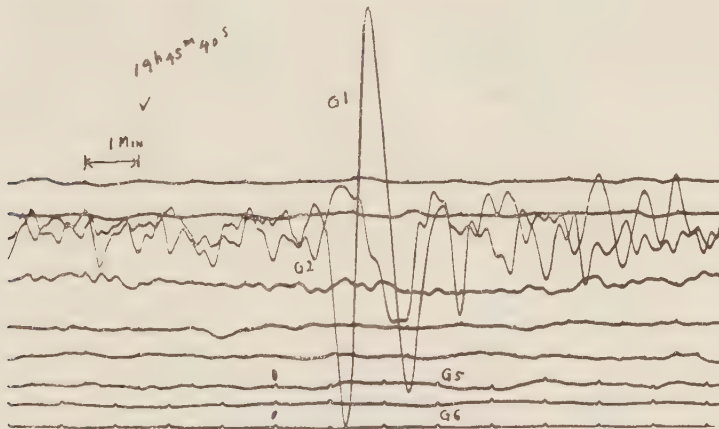


Fig. 4.1 a

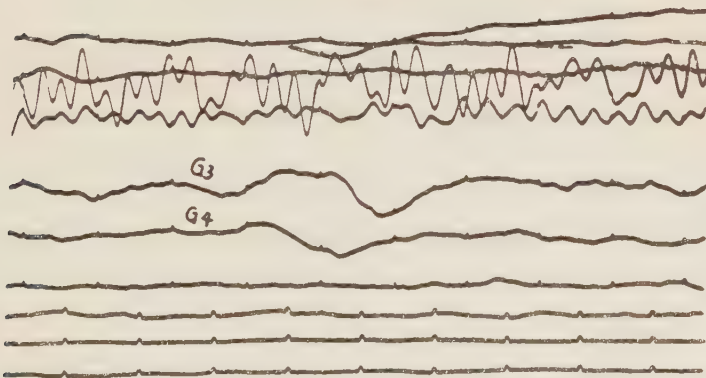


Fig. 4.1 b

Figs. 4.1 a and 4.1 b. G waves of the New Guinea earthquake of Feb. 1, 1938.

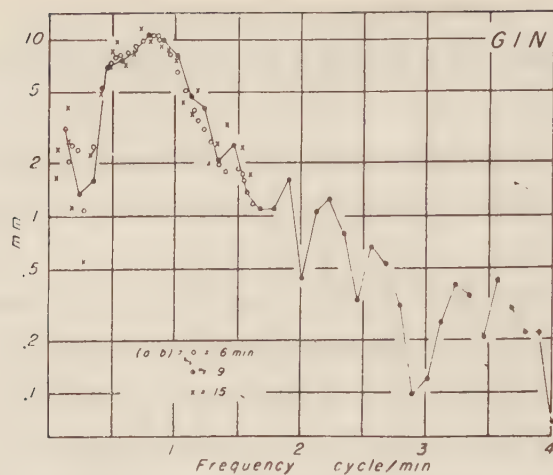


Fig. 4-2. Spectrum of the G_1 waves of New Guinea earthquake of 1938, deduced by the method of Fourier transform. (a, b) is the interval which is supposed to involve whole disturbances of the G waves.

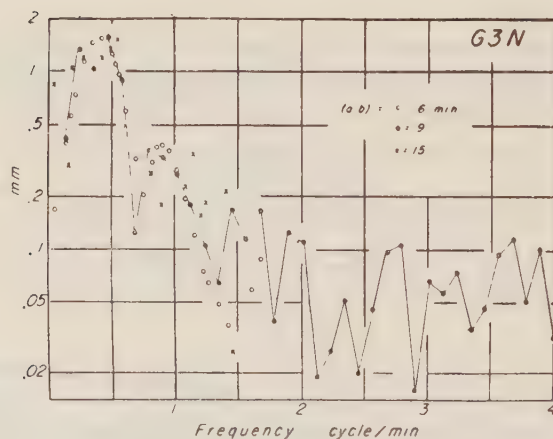


Fig. 4-3. Spectrum of the G_3 wave of New Guinea earthquake.

Fig. 4-4 となる。震央距離によるスペクトルの形の違ひは明らかである。最大振幅を与える振動数は G_3 の方が小さく、短波長の波の大きな減衰を示してゐる。振幅の減衰が、しばしば用ゐられる形

$$\exp \{ - (\pi / QVT) \cdot \Delta \} \quad (4.7)$$

Δ は震史距離によつて与へられるとすれば、吸収の特性に関する係数 Q は次の図の通りに求められる (Fig. 4-5).

スペクトルの計算は 1933 年の南太西洋の地震を Honolulu で観測したものについても行は

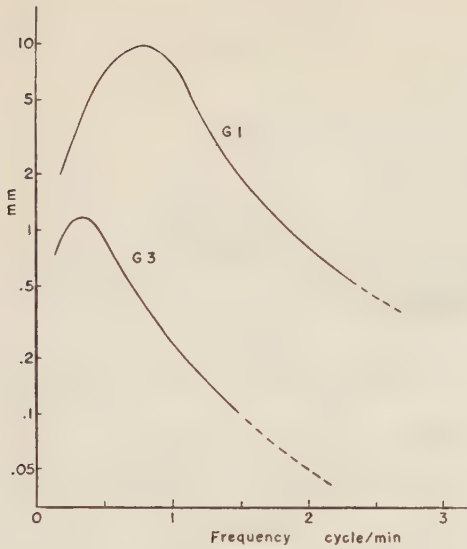


Fig. 4.4. Smoothed spectra of the *G* waves of New Guinea earthquake of 1938.

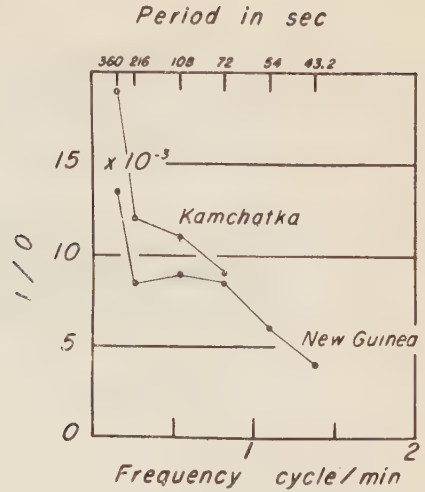


Fig. 4.5. *Q* is a quantity involved in the function which gives the amplitude decrement.

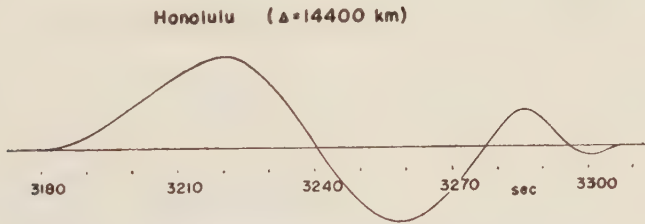


Fig. 4.6 a. Disturbance of the South Atlantic earthquake of Aug. 28, 1933, observed at Honolulu.

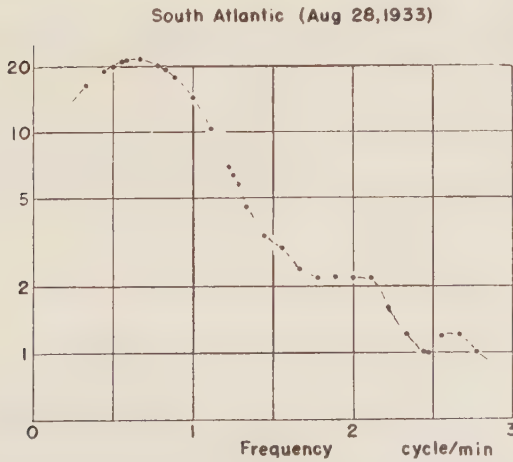


Fig. 4.6 b. Spectrum of the disturbance given in Fig. 4.6 a.

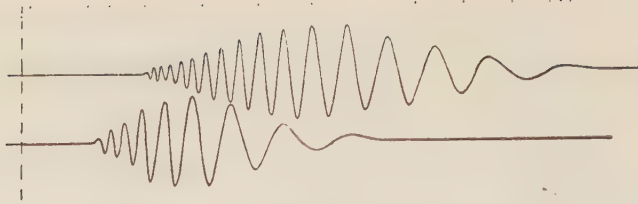


Fig. 4.7 a. The dotted line above is the time mark. One interval is 0.01 second. At every 0.1 second there is a large mark. The middle curve shows the observation at $r = 141.75$ m. The curve below is the observation at $r = 76.2$ m. The chain line at the left indicates the shot time.

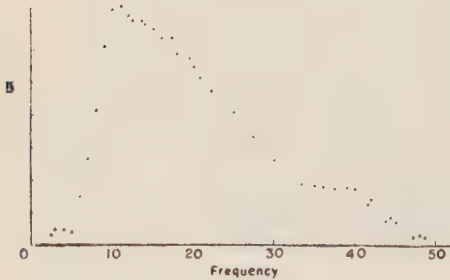
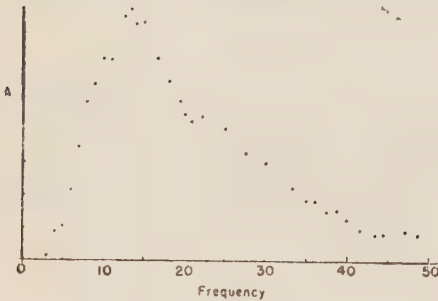
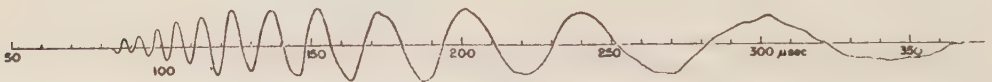


Fig. 4.7 b. Spectra of the disturbance given in Fig. 4.7 a. Abscissa is the frequency in cycle/sec.

れた (Fig. 4.6 a, b) 資料は J.T. Wilson²⁴⁾ の論文より得たものである。

自然地震の観測は、当然予想される如く、人工的に造られた振動の観測にくらべてはるかに困難である。精密な解析に耐える。精度のよい観測を得る為には、実験的に得られた記録の方がより適當である。次の Fig. 4.7a, b は湖上に張つた木板のたわみ振動であり、岸上冬彦²⁵⁾によつてなされた実験である。振動源としては雷管が用ゐられた。他の例はアルミニウム板のたわみ振動に関するモデル実験である²⁶⁾。Fig. 4.8 a にいろいろの距離でとられた振動を (なお Fig. 6.10, 6.11, 6.12 参照), Fig. 4.8 b にそのスペクトル

$r = 20$ cm



$r = 15$ cm

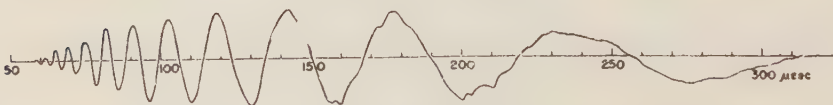


Fig. 4.8 a. Disturbance caused by the application of a vertical pulse upon an aluminum sheet. The shape of the pulse is given in Fig. 6.12 a.

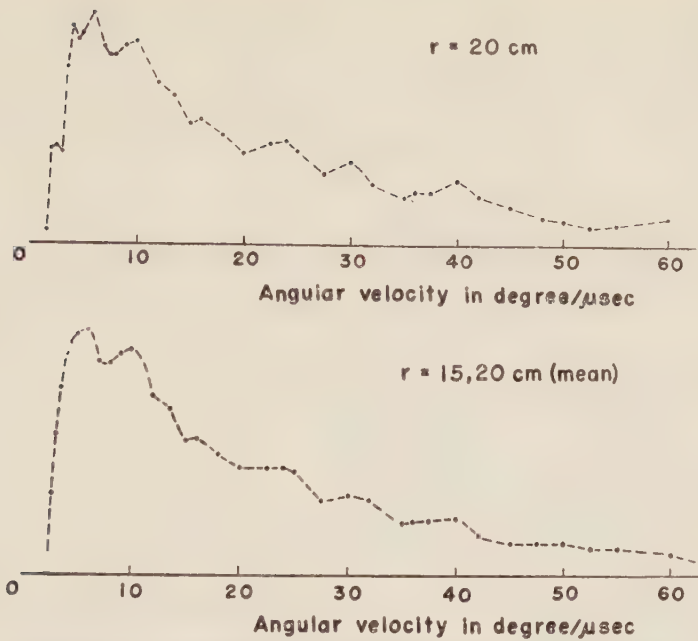


Fig. 4.8 b. Spectra of the disturbance given in Fig. 4.8 a.

を示す。どの場合にも、振動自体の様子は距離によつて異なるが、スペクトルの形はかなりよく一致して居るのが見られる。

§ 5. フーリエ解析によつて位相速度を求めること²⁷⁾

(G) はフーリエ解析の結果を用ゐて位相速度を求める過程である。

前節においては基本式

$$f^*(p; r_A) = A(r, r_A; p) f^*(p; r) \exp \left\{ -i \frac{p}{V(p)} (r_A - r) \right\} \quad (4.6 \text{ bis})$$

の両辺の絶対値をとり、振動のスペクトルと媒質による吸収とを論じた。本節では両辺の偏角を用ゐて位相速度を求める過程を論ずる。(4.6) から

$$\arg f^*(p; r_A) = \arg f^*(p; r) - \frac{p}{V(p)} (r_A - r) \quad (5.2)$$

(4.2) の記号を用いて

$$\mathfrak{E}(p; r_A) = \mathfrak{E}(p; r) + \frac{p}{V(p)} (r_A - r) \quad (5.3)$$

これから

$$V(p) = p(r_A - r) / [\mathfrak{E}(p; r_A) - \mathfrak{E}(p; r)] \quad (5.4)$$

この式で右辺は一義的には定まらない。何となれば

$$\mathfrak{C}(p;r) = \arctan \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau;r) \sin p\tau d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau;r) \cos p\tau d\tau} \right] \quad (5.5)$$

であつて、多価函数だからである。記号

$$-\pi < P\{\arctan X\} \leq \pi \quad (5.6)$$

を用ゐれば (5.4) は次の形に表はされる。

$$V(p) = p(r_A - r)/[p\{\mathfrak{C}(p;r_A)\} - p\{\mathfrak{C}(p;r)\} + 2m\pi] \quad (5.7)$$

こゝに m は不定の常数であるが、一点で $V(p)$ の値がわかるが、何か他の条件があれば決定し得る。

$r = r_0$ (r_0 は極めて小さい) で表面波が起されたとし、

$$\beta(p) = \mathfrak{C}(p;r_0) \quad (5.8)$$

とおけば、(5.3) は

$$\left\{ \beta(p) - \frac{p}{V(p)} r_0 \right\} + \frac{p}{V(p)} r_A = \mathfrak{C}(p;r_A) \quad (5.9)$$

となる。距離の異なる多くの点 r_A , ($A = 1, 2, 3, \dots$) で観測がある場合には、

$\{\beta(p) - (p/V(p))r_0\}$, $p/V(p)$ を未知数とし、最小二乗法によつて解く事もできよう。更に $\beta(p)$, r_0 等も求めうる事になる。

§5.1. 実 例

第一の例は 1938 年 New Guinea の地震である²⁸⁾。資料は前と同じであり、結果は Fig. 5.1 に示す。(5.7) 式中の m が不定であるために、この図の中には位相速度として多くの曲線が与へられてゐる。そのいづれを採るかは他の材料によらなくてはならないが、我々の知識

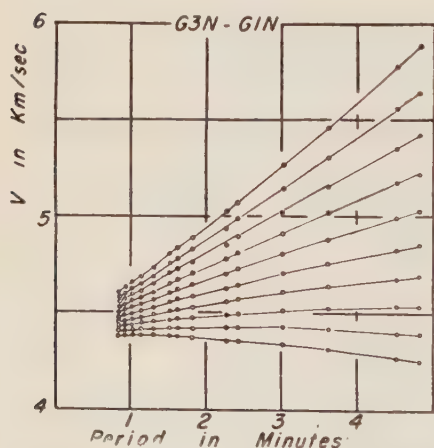


Fig. 5.1. Phase velocity of the New Guinea earthquake of 1938 deduced by the method of Fourier analysis.

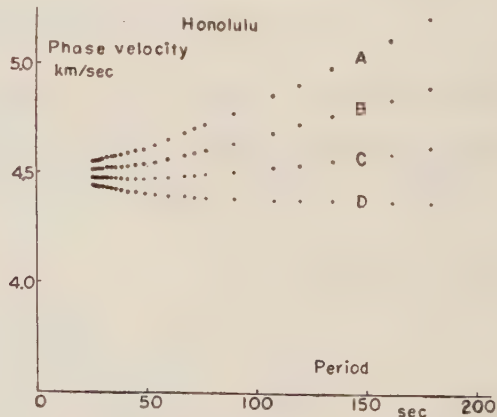


Fig. 5.2. Phase velocity of G waves, observed at Honolulu, of the South Atlantic earthquake of 1933.

は未だに決定的な解答を与える段階にない。

1933 年南太西洋の地震²⁹⁾については、唯一つの震央距離の観測しか使用できない為、(5.4)を用ゐる事はできない。震源に関する量を省略して、簡単な公式

$$V(p) = r_A p / \mathcal{C}(p; r_A) \quad (5.10)$$

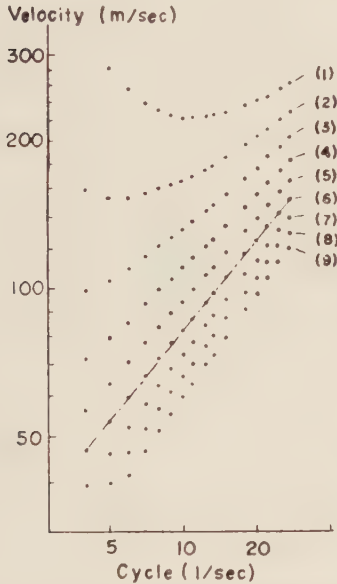


Fig. 5.3. Phase velocity of the flexural waves propagated upon the ice sheet floating on the lake surface.

を適用すると Fig. 5.2 に示す結果が得られる。上の式もなほ、山、谷をはかる方法より良い精度を持つはづである。

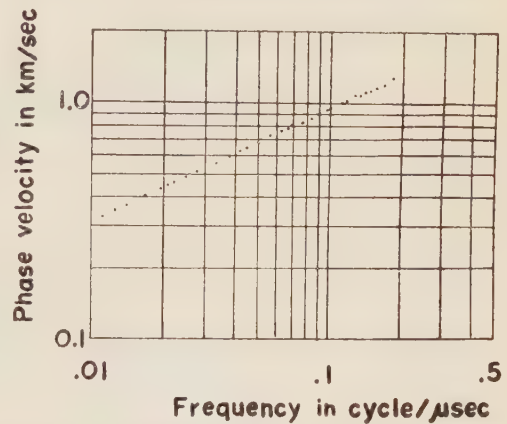


Fig. 5.4. Phase velocity of flexural waves propagated upon an aluminum sheet with 1 mm thickness.

前節で用ゐたと同じ氷上実験及びアルミニウム板の実験結果を使用して、公式 (5.4) から分散曲線が求められた (Fig. 5.3, Fig. 5.4)。この場合には位相速度と群速度の間に簡単な関係が在るため³⁰⁾、いずれの場合にも位相速度の不定性をとり去る事ができる。波長が板の厚さに比べて十分大きい時には、速度と周期を結びつける次の公式が知られている³⁰⁾。

$$\frac{V}{v_s} = \left(2\pi \frac{H/v_s}{T} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{r^2} \right) \right)^{1/4} \quad \text{両面自由の板}$$

$$\frac{V}{v_s} = \left(2\pi \frac{H/v_s}{T} \right)^{3/5} \cdot \left(\frac{1}{\Gamma} \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{r^2} \right) \right)^{1/5} \quad \text{片面自由、片面流体に接している板}$$

ここに

H : 板の厚さ

r : $(P \text{ 波の速度}) / (S \text{ 波の速度})$

Γ : $(\text{流体の密度}) / (\text{板の密度})$

(5.11)

Table 5-1. Thickness of the plate determined by the direct measurement and the calculated value deduced from the dispersion of flexural waves using the formula (4.6).

	Calculated	Directly measured
Lake ice:	31.5 cm	34.0 cm
Aluminum sheet:	0.981 mm	1.000 mm

他の記号はすでに用いられた。

観測から決められた値を上式に代入すれば、板の厚さを求める事ができる。その結果は次の通りである。良い一致と云へよう。

§ 6. 任意の点における運動の合成³¹⁾

これは震源の機構を求める過程 (H) である。

最初に、任意の距離 r の点における動きを、観測された資料によつて表現することを試みる。(4.4) は次のやうに変形される。

$$f(t; r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(r_0, r; p) f^*(p; r_0) \exp \left\{ i p \left(t - \frac{r - r_0}{V(p)} \right) \right\} dp \quad (6.1)$$

$f^*(p; r_0)$ は点 $r - r_0$ における動きのフーリエ変換であり、 $F(p; r_0) \exp \{-i\beta(p)\}$ と表はせる。

$A(r_0, r; p)$ は振巾の減少を表はす因数であり

$$\bar{A}(r_0, r) = \exp \{ -(\pi/QVT) \cdot r \} \quad (6.2)$$

の形に分解される。最初の因数は波面の拡がりの影響を表はし、

$$\bar{A}(r_0, r) \cdot \bar{A}(r, r_A) = \bar{A}(r_0, r_A) \quad (6.2a)$$

なる条件を満す。後のものは媒質の吸収による減衰項であり、前節で論ぜられた。

以上の式を組合せて

$$\begin{aligned} f(t; r) = & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(p; r_A) \cdot \bar{A}(r_A, r_0) \cdot \exp \left\{ \frac{p}{2QV(p)} r_A \right\} \\ & \cdot \bar{A}(r_0, r) \cdot \exp \left\{ -\frac{p}{2QV(p)} r \right\} \\ & \cdot \exp \{ -i\beta(p) \} \cdot \exp \left\{ i p \left(t - \frac{r - r_0}{V(p)} \right) \right\} dp \end{aligned} \quad (6.3)$$

記号内の函数中、第1行は $r - r_0$ におけるスペクトルを表はし、第2行迄かければ $r = r$ におけるスペクトルが得られる。

実際の計算には次の形が便利である。

$$\begin{aligned} f(A; r) = & \sqrt{\frac{2}{\pi}} \bar{A}(r_A, r) \int_0^{\infty} \exp \left\{ \frac{p}{2QV(p)} (r_A - r) \right\} F(p; r_A) \\ & \cdot \cos \left\{ \beta(p) + p \frac{r - r_0}{V(p)} - pt \right\} dp \end{aligned} \quad (6.4)$$

以上の準備によつて、任意の震央距離における動きを求める事ができる。此所では数式につ

いてこれ以上述べる事はやめ、実際の地震を例にとつて数値計算を示す。

$\bar{A}(r_A, r)$ の意味については上にのべたが、この量は波形には関係を持たない。従つて以下の計算ではこの因数を無視することにする。

先づ §4.1 で調べた New Guinea 地震を採り、(5.9) によつて $\beta(p)$ を計算する。これは $r = r_0$ におけるフーリエ変換の位相角である。 r_0 はかりに 0 と仮定して Fig. 6.1 が得られる。

(6.4) 右辺第 1 行の $\exp\{(p/2QV) \cdot (r_A - r)\} \cdot F(p; r_A)$ は $r = r_A$ における観測資料から、 $r = r$ におけるスペクトルを与える式である。Fig. 6.2 は $r = 0$, $r = 9^\circ$ として計算されたスペクトル、及び $r = 109.6^\circ (G_1)$ で観測されたものとの $F(p; r)$ (Fig. 4.4 参照) に計算の都合上、多少の修正を加へたものを示す。

この計算の為に用ゐる Q は他の量に比べてかなり大きな誤差を持つ。(Fig. 4.5 及び 6.2a 参照) しかし吸収の影響は全体として小さいので、 Q の誤差は問題とならない。

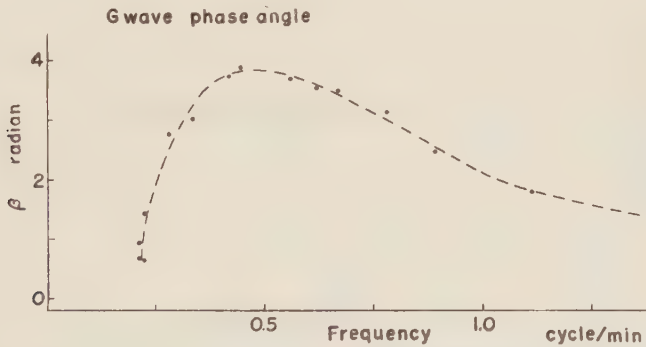


Fig. 6.1. $\beta(p)$ calculated from the observations of G_1 and G_3 of New Guinea earthquake of 1938.

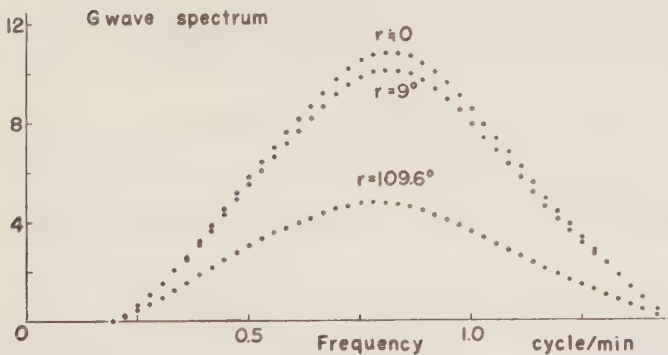


Fig. 6.2. Calculated spectra of G -waves ($r = 0^\circ$ and 9°) and the data ($r = 109.6^\circ$, namely G_1) used for the computation.

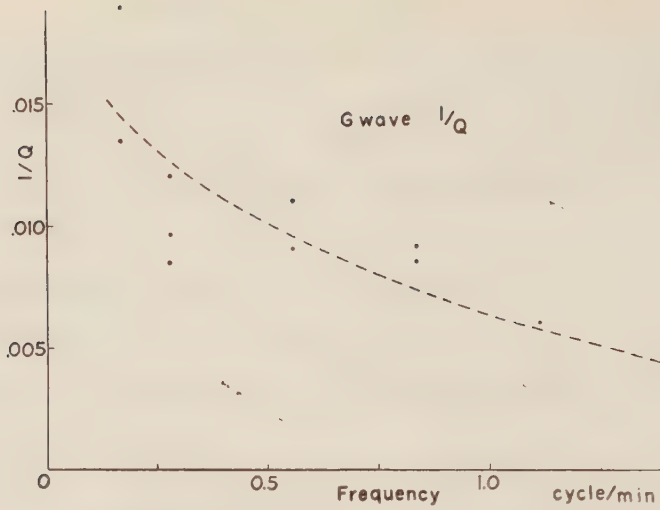


Fig. 6.2 a. $1/Q$ used for the computation of the spectra at $r = 0^\circ$ and 9° .

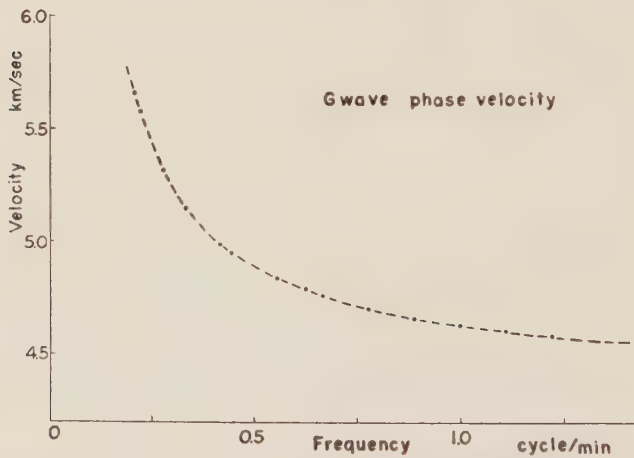


Fig. 6.3. Phase velocity $V(p)$ of the G wave, used for the computation of the disturbance at various epicentral distances.

位相速度 $V(p)$ は前に与へたが (Fig. 5.1), 別の表現法を用ゐて改めてこゝに示す. (Fig. 6.3)

次の段階は数値積分である. 上に準備した数値を用ゐ, r を固定して式 (6.4) 右辺の積分を実行する.

Fig. 6.4 には $r = r_0 (= 0)$ に対する計算結果を, Fig. 6.5 には $r = 9^\circ$ とした時の結果を示す. $r = 109.6^\circ (G_1)$ 及び $r = 469.6^\circ (G_3)$ の観測された波形を同じ表現形式によつて次の図に示した. (Fig. 6.6 a および b)

G wave $r = r_0$

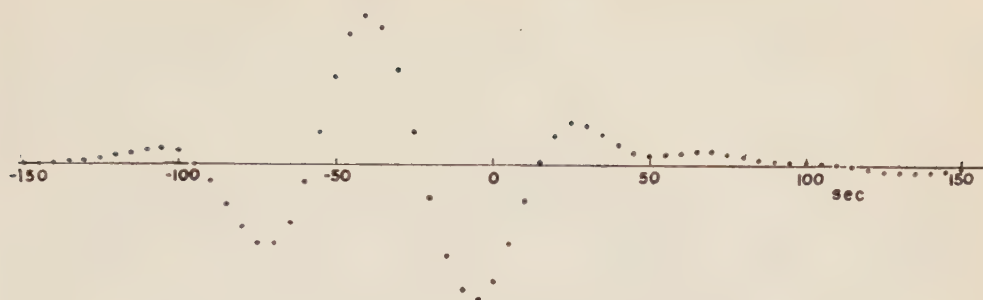


Fig. 6-4. Calculated disturbance of G waves at $r = r_0$ ($= 0$).

G wave $r = 9^\circ$

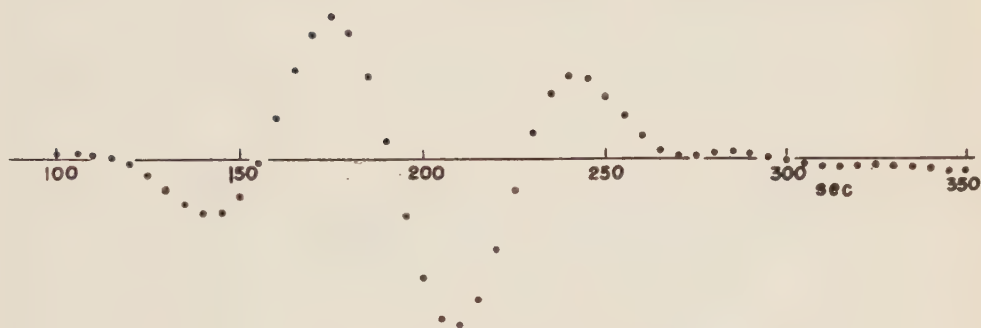


Fig. 6-5. Calculated disturbance of G waves at $r = 9^\circ$.

G wave $r = 109.6^\circ$

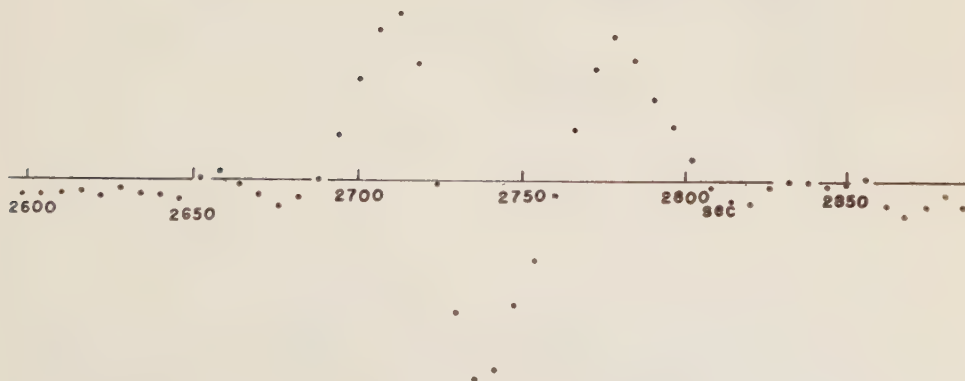


Fig. 6-6 a. Disturbance of G waves of New Guinea earthquake at $r = 109.6^\circ$, namely G_1 .

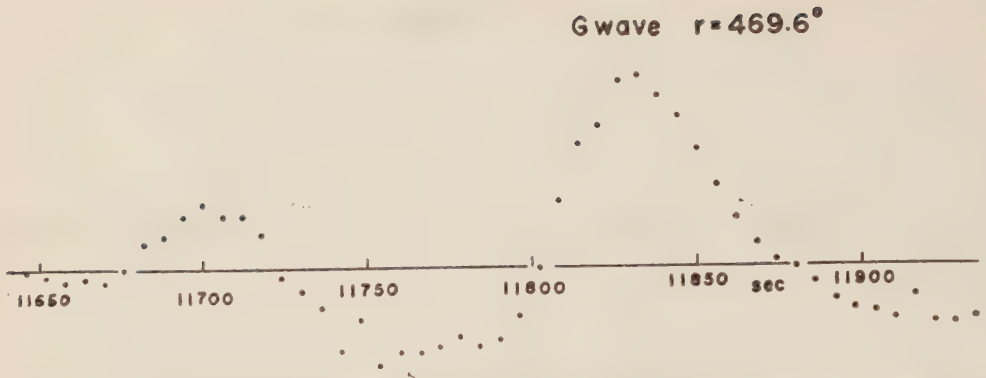


Fig. 6.6 b. Disturbance of G waves of New Guinea earthquake at $r = 469.9^\circ$, namely G_3 .

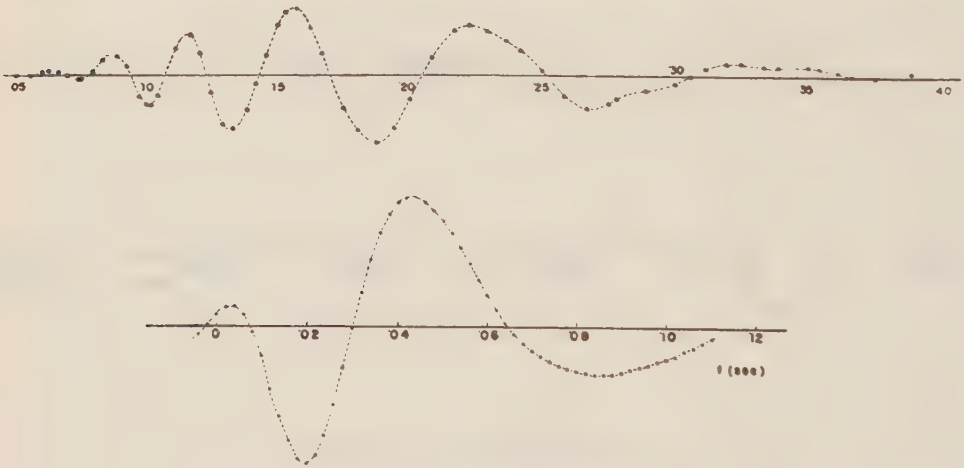


Fig. 6.7. Calculated disturbance of the flexural oscillation of the ice sheet floating on a lake surface. $r = 40$ m (above) and $r = 0$ (below).

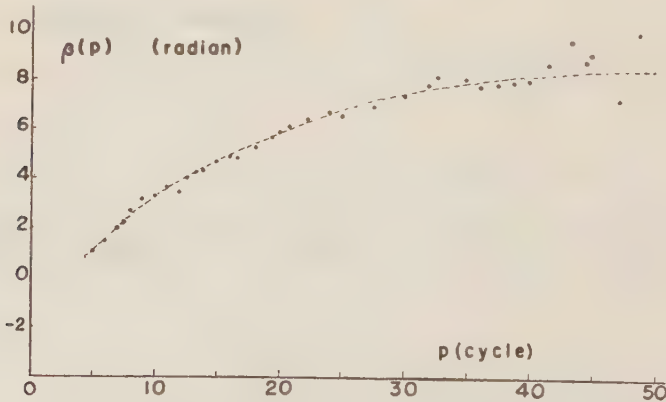


Fig. 6.8. $\beta(p)$ of the disturbance given by the explosion of a percussion cap in the ice sheet.

同様な計算はかつて氷上実験の解析において行はれたことがある。スペクトルと位相速度は §4 と §5 に示した。本節では $r = 0$ m および 40 m とした時の計算結果を Fig. 6.7 に示す。猶、参考の為に、計算に用いた $\beta(p)$ を Fig. 6.8 に書く。この函数の形は発震機構に関係を持つものであろう。

$r = 0$ に対する曲線はわづか一二の振動からなり、運動がきわめて簡単なものであつた事を示唆する。しかし振動源として雷管を使用した事を考慮すれば、振動の振期はかなり長い。この問題については後の例に於て更に論ずる。

次はアルミニウム板の実験である。方法は上と全く同様であるから詳述する事をさけ、グラフ及び直接観測された曲線を計算結果と共に示す。

データは Fig. 6.9 a, b, c に示した。

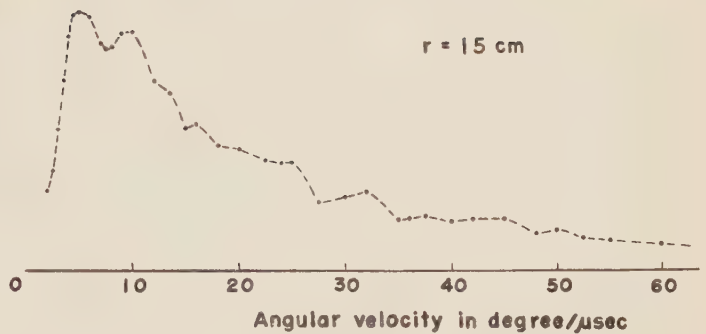


Fig. 6.9 a. Spectrum used for the calculation. (Mean value of the two curves in Fig. 4.10.)

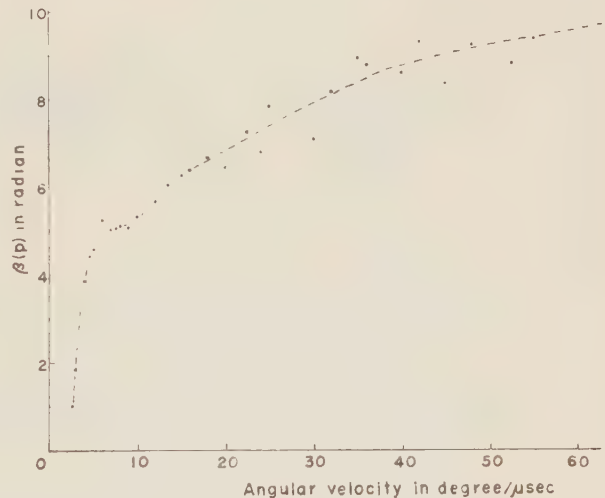


Fig. 6.9 b. $\beta(p)$ used for the calculation.

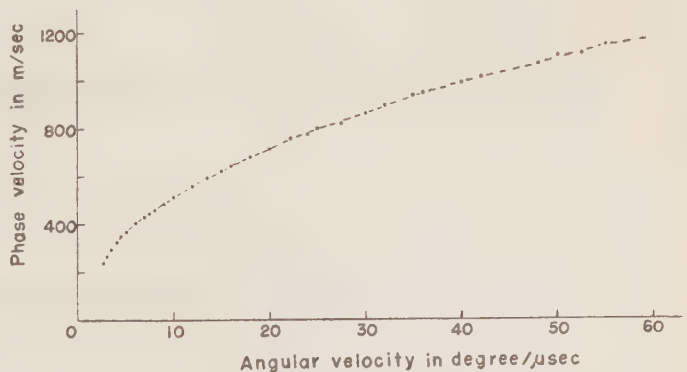


Fig. 6.9 c. Phase velocity used for the calculation. This is identical with the dispersion curve given in Fig. 5.4.

Fig. 6-10 ($r = 7$ cm) に於ては、観測および計算の曲線はかなりよく一致して居り、その主な相違は

- (i) 短周期のうごきが計算曲線には欠けて居るが、或は加はつてゐる。
 - (ii) 山及び谷の時刻が多少異つており、この事は動きはじめの方で著しい。
- これらの事はおそらく次の事情によつてひき起されたものと考えられる。
- (I) フーリエ合成に際して、周波数の高い方を捨てゝゐる事。
 - (II) 簡単な公式 (6-1) を r が十分大きくない場合にも適用してゐる事。
 - (III) r の測定に伴ふいくらかの誤差。

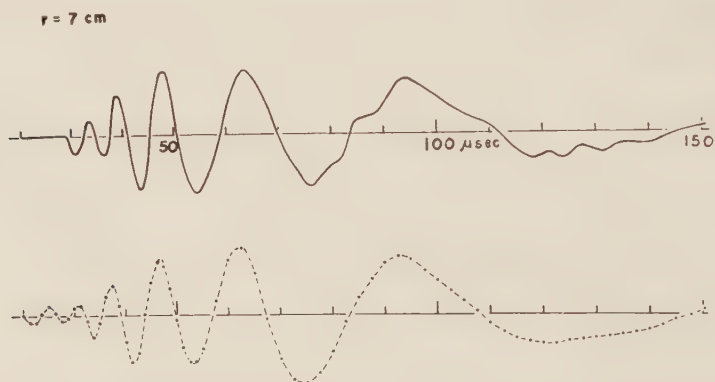


Fig. 6-10. Disturbance at $r = 7$ cm. Direct observation (above) and the calculated curve (below).

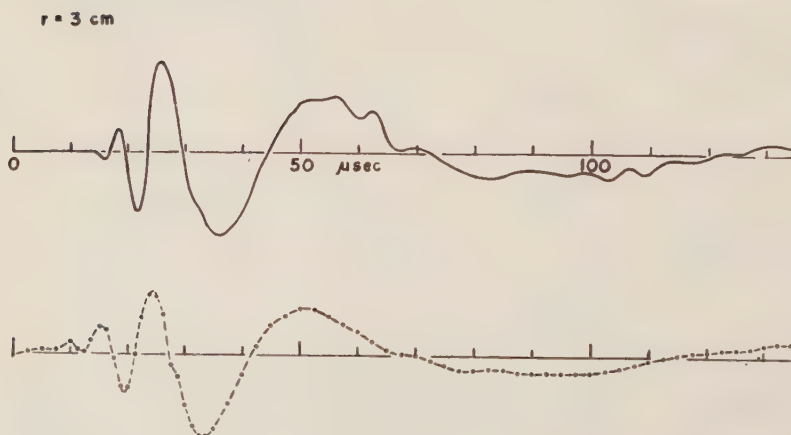


Fig. 6-11. Disturbance at $r = 3$ cm. Direct observation (above) and the calculated curve (below).

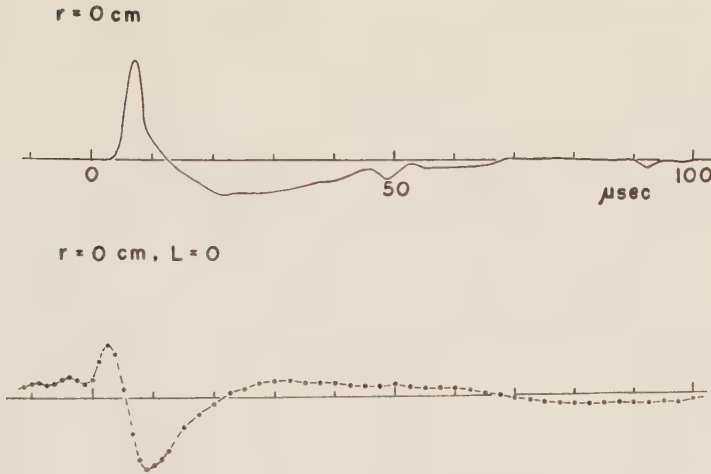


Fig. 6-12 a. Direct observation (above) was obtained putting the pickup on the opposite point of the transducer from the back side of the plate. Below is the calculated curve.

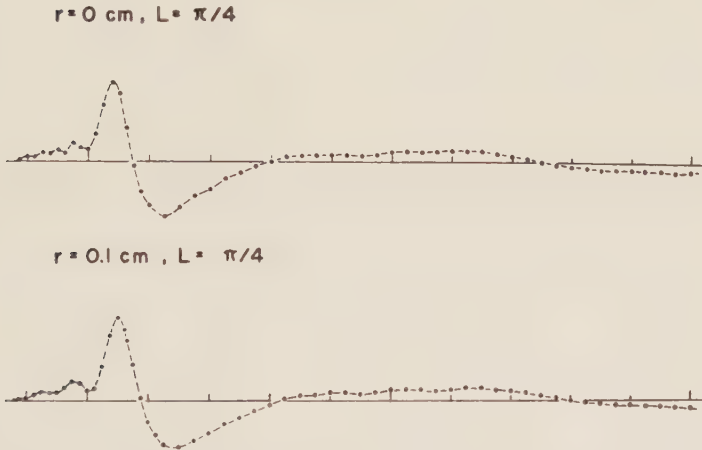


Fig. 6-12 b. Calculated disturbance assuming the phase lag $L = \pi/4$.

(IV) 雑振動の混入.

Fig. 6-11 は $r = 3 \text{ cm}$, Fig. 6-12 a は $r = 0$ として得られた結果である. 前者にはほぼ満足し得るものであるが, 後者にあつては観測と計算の不一致はいちどるしい. これは上の(II)に触れた通り, r を極めて小さくとれば, 伝播に伴ふ位相の変化は, 波面の曲率が大い為, 函数 $\exp \{-ip(r-r_0)/V(p)\}$ によつては正確に表はし得ない. これを補正する為の一つの因数

$$\exp \{-iL(r_0, r)\} \quad (6.5)$$

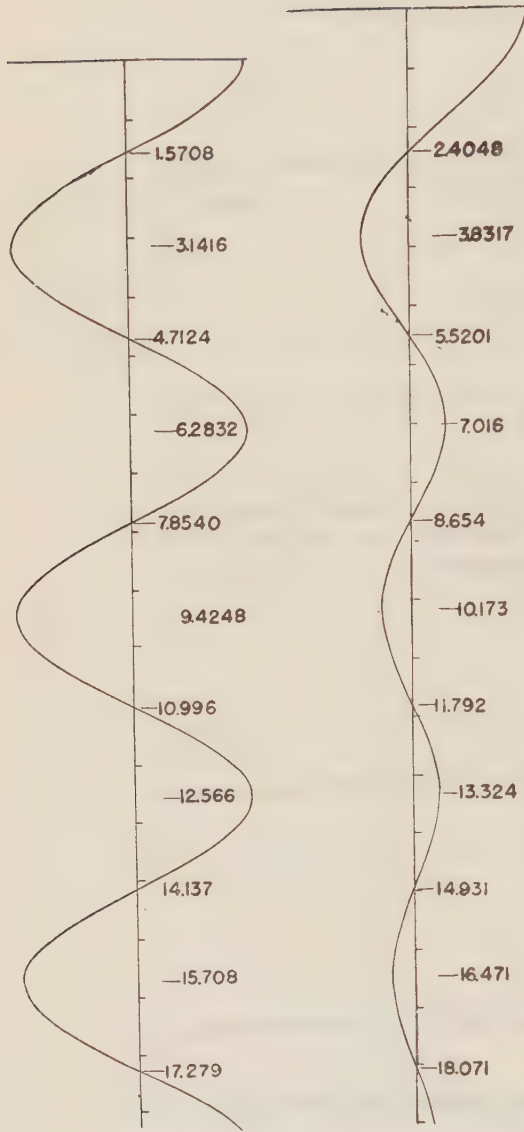


Fig. 6.13. Phase difference of the Bessel function J_0 and the circular function \cos . The origin of the \cos function is shifted by $\pi/4$.

を仮定して (6.1) の右辺に加へれば, (6.4) 式において, $\beta(p)$ の代りに

$$\beta(p) + L(r_0, r) \quad (6.6)$$

とした式が得られる. もしも板が薄く, 振動源が単純なものであれば, 波はベッセル函数 J_0 に比例する形をとつて伝播すると考へられる. そしてこの函数と \cos 函数との位相差はおよそ $\pi/4$ に等しい. このことは J_0 の漸近展開公式からも得られるが, Fig. 6.13 によつて一層よくみる事ができる. しかも振動源から $1/4$ 波長の所で, すでに $\pi/4$ にかかなり近い値をとる.

この補正を加へて, $r = 0$ に対し改めて行つた計算が Fig. 6.12 b に示されてゐる. 猶, 同じ図の下には, 上記 (III) の誤差を考慮し, $r = 0.1 \text{ cm}$ ととつて行つた結果を示す. 最初に得られたもの (Fig. 6.12 a) に比べて改良はいちよるしい.

§ 7. 地震計の影響³²⁾

上の取扱ひに於て, 得られた振動記録をあらかじめ積分して, 真の地動を求めた上で演算を行つたものであるならば, その取扱ひに問題はない. しかし多くの場合, そのやうな操作を行つて居らず,

従つて各種の取扱ひの妥当性について多少の疑点が生ずる.

今 $r = r_1$ において得られた振動を $f(t; r_1)$ とする波の伝播は一種の演算であるから, これを P とかけば $r = r$ での擾乱 $f(t; r)$ は

$$f(t; r) = P[r_1, r] f(t; r_1) \quad (7.1)$$

とかける. こゝに P は線型演算子と考へてよい.

$r = r$ での記録は地震計による変形を受けてゐるが、これ又別の演算子 S を以て表はす事が可能である。従つて得られるものは

$$S \cdot f(t; r) = S \cdot P[r_1, r] \cdot f(t; r_1) \quad (7 \cdot 2)$$

上に述べられたフーリエ解析による過程 (F), (G), (H) は、要するに伝播の演算子 P の逆演算を構成して、擾乱を原型に復原する作用をなすものである。従つて求められた擾乱は

$$P^{-1}[r_1, r] \cdot S \cdot P[r_1, r] \cdot f(t; r_1) \quad (7 \cdot 3)$$

地震計の作用を表はす演算子 S の性質は、その微分方程式の形から導くことができるが、演算 P と S とが交換可能である事は証明するのに困難でない。したがつて上式は

$$S \cdot f(t; r_1) \quad (7 \cdot 4)$$

即ち、もし地震記録を積分することなく、上述の各種の計算を行ふならば、得られるものは、 $r = r_1$ において同じ特性をもつた地震計によつて観測した時描かれるべき振動である。

結 語

以上、模式的に表はされた Fig. 1.1 を基本にとつて、分散表面波解析についての概観とその位置づけを試みて来た。又これによつて将来への展望を得ようとするものである。

終りに、かはらぬ御指導を給はつた河角広先生に御礼を申上げる。

参 考 文 献

- 1) For example, Frank Press, "Determination of crustal structure from phase velocity of Rayleigh waves, Part I: Southern California", Bull. Geol. Soc. Amer., **67** (1956), 1647~1658. id. Part II: San Francisco Bay region, Bull. Seism. Soc. Amer., **47** (1957), 87~88.
- 2) Yasuo Satô, "Study on surface waves IV. Equivalent single layer to double superficial layer", Bull. Earth. Res. Inst., **29** (1951), 519~528.
- 3) W. T. Thomson, "Transmission of elastic waves through a stratified solid", Journ. Applied Physics, **21** (1959), 89.
- 4) N. A. Haskell, "The dispersion of surface waves on multilayered medium", Bull. Seism. Soc. Amer., **43** (1953), 17.
- 5) Y. Torikai, "Transmission of acoustic waves through a stratified solid medium", J. Acoust. Soc. Japan, **8** (1952), 21.
Y. Torikai, "Transmission of Ultrasonic waves through a plane plate made of viscoelastic material immersed in a liquid medium", Journ. Phys. Soc. Japan, **8** (1953), 234.
Y. Torikai and F. Fujimori, "Transmission of ultrasonic waves through a plane plate", Rep. Inst. Industrial Science, Tokyo Univ., **3** (1954), 268.
- 6) T. Matumoto, "Transmission and reflection of seismic waves through multilayered elastic medium", Bull. Earthq. Res. Inst., **31** (1953), 261.
- 7) S. Homma, "Rayleigh waves in a medium with superficial double layers", Geophysical Magazine, **27** (1956), 17.
- 8) J. Oliver, J. Dorman and G. Sutton, "The second shear mode of continental Rayleigh waves", Bull. Seism. Soc. Amer., **49** (1959), 379~389.
- 9) H. Jeffreys, "The surface waves of earthquakes", M. N. R. A. S., Geo. Sup., **3** (1935), 253.
- 10) C. L. Pekeris and H. Jarosch, "The free oscillations of the earth", Contributions in Geophysics, Vol. 1 (Pergamon Press, 1958).

- 11) N. Jobert, "Évaluation de la période d'oscillation d'une sphère élastique hétérogène, par application du principe de Rayleigh: (vibrations propres de rotation). Comptes Rendus, **243** (1956), 1230.
 "Sur la période propre des oscillation sphéroïdales de la terre", id. **245** (1957), 1941.
 "Sur une application du principe de Rayleigh à la dispersion des ondes de Love de grande période (ondes G)", id. **247** (1958), 1222.
- 12) H. Takeuchi, F. Press and N. Kobayashi, "On mantle Rayleigh waves", Read at the meeting of Seismological Society of Japan on May 13, 1959 held at Tokyo University.
 H. Takeuchi, F. Press and N. Kobayashi, "Mantle Rayleigh waves and mantle structure", Read at the meeting of Seismological Society of America on April 4, 1959 held at Tucson, Arizona, USA.
 H. Takeuchi, "On the tortional oscillation of the earth" Zisin (ii), **11** (1958), 68.
- 13) Y. Satô, "Numerical integration of the equation of motion for surface waves in a medium with arbitrary variation of material constants", Bull. Seism. Soc. Amer., **49** (1959), 57.
- 14) See H. Jeffreys, The Earth (4th ed. Cambridge, 1959) § 3. 13.
- 15) N. Jobert, "Calcul de la dispersion des ondes de Love de grande Période à la surface de la Terre", Comptes Rendus, **249** (1959), 1014.
- 16) T. Takahashi, "Analysis of the dispersion curves of Love waves", Bull. Earthq. Res. Inst., **33** (1955), 287.
 "The dispersion of Rayleigh waves in heterogeneous media", id., **35** (1957), 297.
- 17) See M. Morse and H. Feshbach, Methods of theoretical physics (1953), chap. 9, 1092.
- 18) T. Takahashi, loc. cit., (16), The first paper. cf. T. Akima, "On dispersion curves of surface waves from the great Assam earthquake of September 15, 1950", Bull. Earthq. Res. Inst., **30** (1952), 237.
- 19) Y. Satô, "Attenuation, dispersion and the wave guide of the G wave", Bull. Seism. Soc. Amer., **48** (1958), 231.
- 20) loc. cit., 19).
- 21) Y. Satô, "Analysis of dispersed surface waves by means of Fourier transform I, II and III", Bull. Earthq. Res. Inst., **33** (1955), 33 and 34 (1956), 9 and 141.
- 22) loc. cit., 19).
- 23) loc. cit., 19).
- 24) J. T. Wilson, "The Love waves of the South Atlantic earthquake of August 28, 1933", Bull. Seism. Soc. Amer., **30** (1940), 213.
- 25) F. Kishinouye, "Studies on lake-ice", Bull. Earthq. Res. Inst., **21** (1943), 298.
- 26) Y. Satô, "Synthesis of dispersed surface waves by means of Fourier transform", Bull. Seism. Soc. Amer., **50** (1960), Now under press.
- 27) loc. cit., 21).
- 28) Y. Satô, loc. cit., 19).
- 29) loc. cit., 24).
- 30) Y. Satô, "Study on surface waves II, Velocity of surface waves propagated upon elastic plates", Bull. Earthq. Res. Inst., **29** (1951), 237. Table VI.
- 31) loc. cit., 21). Second paper. See also 26).
- 32) loc. cit., 19). § 3.1.

寄 書

二相二成分系としてみた
C 層 の 構 造

名古屋大学地球科学教室

島津康男・坂田哲之

(昭和 35 年 5 月 20 日受理)

A Binary-two Phase Model of the Earth's
Mantle and the Structure of the C-layer.

Yasuo SHIMAZU & Tetsuyuki SAKATA

Institute of Earth Sciences.

Nagoya University

(Received May 20, 1960)

Mantle の大部分が $\text{Mg}_2\text{SiO}_4 + \text{Fe}_2\text{SiO}_4$ でできていることは地球化学からみて、たしからしい。この化学組成は地表の岩石でいえば Olivine とよばれるものである。一方高压において Mg_2SiO_4 (MS), Fe_2SiO_4 (FS) が結晶構造を変えるのではないかと の仮説が提唱され、これが C 層の深さで起るのでは

ないかと考えられた。それは低压において Olivine 型構造(OL)を、高压において Spinel 型構造 (SP) をとるというものであり、A.E. Ringwood (1958) は実験的に可能性を調べた。たしかに密度、弾性常数の点においてこの考えは地球物理的知識と矛盾しない。ところで C 層の特色として強調されている観測事実、それが数百 km の幅をもっていること、すなわち Moho や核との境界によりすると い不連続でなく漸移的な性質をもつ点にある。物性物理学からみて OL 型→SP 型の変化が漸移的であるとは思えない〔和田(1958)〕。また、この相変化の Clapeyron-Clausius 曲線の勾配と mantle の温度勾配とのきわどいかねあいでは C 層の幅が生ずる可能性もあるが、現実には起りそうもない。残された可能性として mantle を MS-FS の 2 成分系と考えてみる。多成分系である珪酸塩が一定の融点をもたず、従つて鉱物の晶出がある温度範囲で漸移的に行われるのと同じように、mantle を作る物質の相変化がある圧力範囲にわたつて行われうるからである。この order-disorder 的な相変化の様子は系の相平衡図が求められれば計算することができる。一方 MS, FS のそれぞれが 1 成分系として相変化を起す圧力が判つたとすると、両者が完全固溶体を作

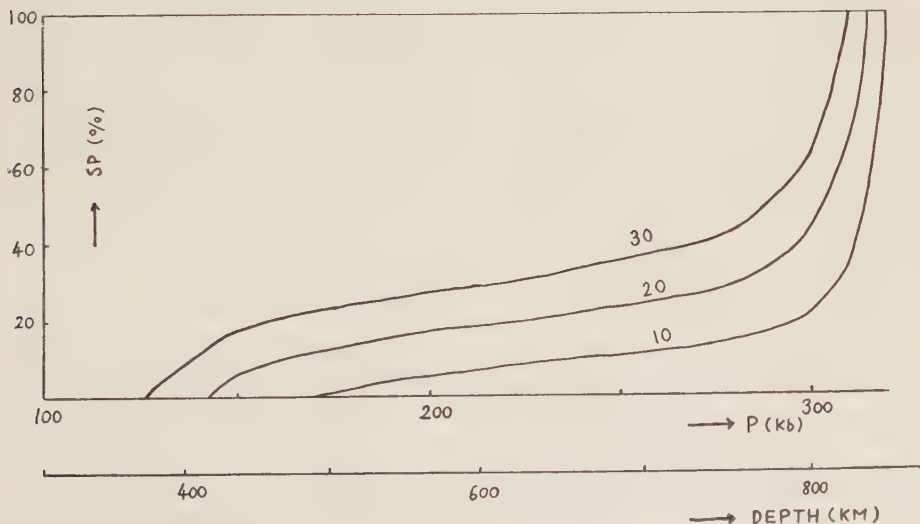


Fig. 1. Mol fraction of spinel phase within the mantle. A binary (Mg_2SiO_4 - Fe_2SiO_4) and two phase (olivine structure-spinel structure) model is assumed. Numbers 10, 20, 30 represent mol fraction of Fe_2SiO_4 .

るなら相平衡図は熱力学によつて容易に計算することができる。各成分についての転移圧力は Ringwood の実験から推定することができ、固溶体の仮定は結晶学的にみてもつともらしい。相平衡図ができれば、mantle の組成を与えて、相変化の起る圧力範囲と、その圧力で平衡にある OL と SP の量比とを計算することができる。mantle 全体については FS:MS 一定とした時の結果を第1図に示す。横軸に圧力または深さを縦軸に量比がとつてある。各曲線につけた数字は FS %である。完全固溶体の密度は組成についての算術平均にほぼ近いから、図は深さによる密度変化を示している。実際にはこのようなものの変化による影響の他に、圧力のましにともなう圧縮の影響が重なっている。しかし後者は図の傾向を著しく変えるものではない。密度分布が上に凹の傾向をもつことは著しく、FS の量が多ければ上に凸になるが、mantle 全体の FS が 30% をこすとは思わない。Bullen の密度分布が C 層において上に凸になっていることとくらべて興味がある。SP 型の弾性常数が判らないので、弾性波速度の分布は求められないが、OL 型の FS が MS より小さい弾性波速度をもつことから考えても、観測されている速度のましを説明するには FS の量が余り多くては困る。FS < 30% でしかも密度が上に凸になるには、ありそうにない特殊の相平衡図を必要とする。

以上では相変化が平衡を保ちながら行われたことを仮定したが、magma の晶出分化に相当して圧力の変動にともなう mantle の分化も考えられる。平衡からのずれの程度、mantle の進化と共に圧力がへつてきたか、ましてきたか等によつて各種の密度分布が計算されるが、その何れの場合にも C 層の幅が著しくせまくなり、観測事実と遠くなった。

文 献

- 1) Ringwood, A.E. (1958): The constitution of the mantle. *Geochem. Acta.* 13, 303—321; 15, 18—29, 195—212.
- 2) Wada, T. (1958): 苦土橄欖石 (Mg_2SiO_4) の状態方程式と地球中間層上部、地震 ser II, 11, 55—67.

計数放電管を用いた スターター

東京大学地震研究所

山 崎 良 雄

(昭和 35 年 8 月 23 日受理)

A High Sensitive Starter Using
Counting Tubes.

Yoshio YAMAZAKI

Earthquake Research Institute,
Tokyo Univ.

(Received August, 1960)

1. 前 書

スターターには従来色々な方式^{1,2,3,4,5)}のものが用いられ試作されているが、その何れもが地震計に感じた初動で動作するように設計されて来ている。このために、雑微動の殊更多い都会地の観測で、高感度にスターターの利得を上げて、無感地震のように小さい振幅の記録までも取ろうとすると、どうしても必要な地震動以外の卓越した大振幅の雑微動で、ミススタートし勝ちとなる。この地震動と卓越した大振幅の雑微動とを区別するためには、前者の時のみ記録器を動作させ、後者の時には停止の状態を続けるスターターがあれば良い訳である。

この目的のために今回 10 進 10 出力の計数放電管を用いて電磁式地震計の電圧出力の波数を一定時間内に計数し、これを繰返して行なうことにより両者を区別するスターターを試作した。

現在、磁気録音式地震計のスターターとして極めて良好な結果を得ている。

2. 回路および動作原理

回路構成の要は第1図に示した如きもので、この他に部品の主なものにはゲルマニウムダイオード 1 NA 1—7 個、富士通信機リレー 151 型—9 個等である。

動作原理は電磁式地震計の電圧出力を V_1 , V_2 の 6 AU 6 で低周波増幅し、更に積分回路と、 V_3 12 AU 7 の低周波増幅等を経て V_4 12AT 7 の単安定回路に入り、こゝで入力波はパルスに変換される。 V_4 の出力パルスは1位の計数放電管 4 CG—10 B にて計

このスターターを用いて 1960 年 1 月 10 日より同 4 月中旬まで、東京本郷にて昼夜連続観測した結果記録された地震の回数は震度 (0) 21 回、(I) 4 回、(II) 2 回、(III) 1 回、計 28 回である。

文 献

- 1) 友田好文:「地震」5. (1952) 1. p. 28 「簡単な地震観測用スターター」.
- 2) 浅田敏, 田望: 同上 p. 29. 「高感度地震計用スターターに就いて」
- 3) 矢橋徳太郎:「地震」5. (1957) 3~4. p. 162 「簡単な感震器, 地震観測用スターター」
- 4) 河角, 島, 柴野, 柳沢, 「震研彙報」36, 1958. 4. p. 447. 「Phototransistor を使った Starter の試作」
- 5) 田中貞二: 同上 p. 465. 「地震観測用スターター」
- 6) 表, 山崎:「震研彙報」35. 1957. 3. p. 595. 「磁気テープ利用遅延記録方式による 7 素子地震動常時観測装置」

地震時報

1960 年 3 月~5 月の顕著地震

3 月 4 日 大隅半島沖の地震

発震時: 12 時 53 分 08 秒, 震源: 30.5°N , 130.7°E , 深さ約 140km で, 九州・四国・中国各地方および近畿地方の一部で有感, 最大震度 IV, 最大有感距離は彦根まで 700 km, Mag. 6 1/2 (Pasadena).

3 月 21 日 三陸沖の地震

発震時: 02 時 07 分 26 秒, 震源: 39.8°N , 143.5°E , 深さ約 20km で, 東北地方の全般および北海道・関東・中部各地方の一部で有感, 最大震度 IV, 最大有感距離は東京まで 570 km. 岩手・山形・青森各県で極く軽微な被害があつた. また三陸沿岸では弱い津波があつた. Mag. 7.5 (気象庁), 7~7 1/4 (Berkeley), 7 (Pasadena). 余震のうち, 顕著地震は次表のとおりである。

発震時 日 時 分 秒	北緯 °	東経 °	深さ km	Mag. (気象庁)
21 09 34 50	39.7	143.4	20	6.2
21 18 18 20	39.6	143.6	20	5.9
23 09 23 19	39.3	143.8	20	6.7
23 10 07 23	39.5	143.4	20	6.1

23 17 46 42	39.7	143.5	20	5.9
23 20 50 56	39.1	143.8	20	5.8
24 06 34 14	39.2	143.8	20	5.6
24 07 22 35	39.2	143.5	20	6.2
31 12 02 01	39.7	144.0	30	5.5

4 月 1 日 下北半島東方沖の地震

発震時: 06 時 32 分 49 秒, 震源: 41.5°N , 142.1°E , 深さ約 70km で, 北海道の南半部および東北地方の北東部で有感, 最大震度 III, 最大有感距離は根室管内計根別まで 310km.

4 月 3 日 三陸沖の地震

発震時: 16 時 19 分 55 秒, 震源: 39.6°N , 143.7°E , 深さ約 20km. で, 宮古と水戸管内笠間で有感, 震度はいずれも I, 最大有感距離は笠間まで 470km. Mag. 5.1 (気象庁).

4 月 15 日 襟裳岬南東沖の地震

発震時: 19 時 06 分 16 秒, 震源: 41.5°N , 144.8°E , 深さ約 40km で, 北海道南部および盛岡管内田瀬で有感, 最大震度 III, 最大有感距離は田瀬まで 370km. Mag. 5.5 (気象庁).

4 月 15 日 青森県東岸沖の地震

発震時: 20 時 38 分 59 秒, 震源: 40.9°N , 141.6°E , 深さ約 80km で, 東北地方の全般と北海道・関東両地方の一部で有感, 最大震度 IV, 最大有感距離は柿岡まで 530km.

4 月 25 日 下北半島北東沖の地震

発震時: 09 時 14 分 18 秒, 震源: $41\frac{3}{4}^{\circ}\text{N}$, 142°E , 深さ浅で, 東北・北海道両地方の一部で有感, 最大震度 III, 最大有感距離は仙台管内亘理まで 420km. Mag. 5.2 (気象庁).

4 月 25 日 オホーツク海の地震

発震時: 13 時 01 分 15 秒, 震源: $45\frac{1}{2}^{\circ}\text{N}$, $144\frac{1}{4}^{\circ}\text{E}$, 深さ約 360 km. で東北・北海道両地方の一部で有感, 震度はいずれも I, 最大有感距離は八戸まで 585km.

5 月 4 日 八丈島南東沖の地震

発震時: 07 時 22 分 40 秒, 震源: 32.4°N , 140.2°E , 深さ約 120km で, 八丈島・館山および東京で有感, 最大震度 II, 最大有感距離は東京まで 370km.

5 月 6 日 釧路南方沖の地震

発震時: 02 時 13 分 42 秒, 震源: 42.7°N, 144.4°E, 深さ約 100km で, 北海道南部および青森県の一部で有感, 最大震度Ⅳ, 最大有感距離は青森管内七戸まで 350km.

5 月 9 日 屋久島南西沖の地震

発震時: 09 時 11 分 26 秒, 震源: 29.8°N, 129.8°E, 深さ約 160km で, 九州地方の大部分で有感, 最大震度Ⅱ, 最大有感距離は大分管内三重まで 360km.

5 月 18 日 奄美大島北東沖の地震

発震時: 15 時 35 分 07 秒, 震源: 29°N, 130°E, 深さ約 100km で九州地方南部で有感, 最大震度Ⅳ 最大有感距離は宮崎まで 350km.

5 月 21 日 三陸沖の地震

発震時: 22 時 24 分 38 秒, 震源: 39.6°N, 143.6°E, 深さ浅で, 釧路だけで有感, 震度Ⅰ, 有感距離は 380km.

学 会 記 事

○委 員 会

1960 年 6 月 27 日(月) 10時~12時

(於東大震研会議室)

出席者 飯田委員長, 浅野, 宇佐美, 宇津, 笠原, 河角, 佐藤, 友田, 萩原

議題 1. 日本学術会議地球物理学研究連絡委員会 地震分科会の委員定数改正について

審議事項 1. 議題1について 改正に反対である. 理由は地震学は研究分野が広いので現在の人数でも不足である. 反対の旨を地震分科委員に申しつたえる.

○幹 事 会

1960 年 9 月 28日(水) 10時~12時

(於東大震研会議室)

出席者, 赤松, 浅野, 宇津, 小林, 佐藤, 竹内, 坪井, 友田, 萩原

報告事項 1. 地震予知委員会は 10 月 10 日に有志の会を開くので当日学会委員が1名出席する.

(庶務).

2. 地震 13 巻 3号は会場で配布する予定(編集).

審議事項 1. 秋季講演会について

1) プログラム編成

講演種目別	題数
地 球 内 部	4
物 性	6
験 震, 調 査	4
波 動 (理)	10
” (観 実)	13
地 震 計	2
爆 破	3
地 盤	4
津 波	6
マグニチュード	3
そ の 他	2
計	57

10月27日(木)	28 日 (金)	29 日 (土)
9.00—12.00 地 球 内 部 物 性	波 動 (理 論)	爆 破 地 盤 そ の 他
12.00—13.00 研 連 委		委 員 会
12.00—13.00 波 動 (観 測)	地 震 計 験 震, 調 査 マグニチュード 津 波	シンポジウム 総 会

訂 正

地震 13 巻 2 号

122 頁 23 行 及び 26 行
正 誤
木 沢 綏 大 沢 綏

三井不動産株式会社
鹿島建設株式会社
大成建設株式会社
清水建設株式会社
竹中工務店
株式会社大林組東京支店
織本建築事務所
株式会社保坂振動計器製作所
電力中央研究所
株式会社明石製作所
日本損害保険協会
勝島計機製作所

東京都中央区日本橋室町2の1の1
東京都中央区八重洲5の3の1
東京都中央区銀座2の4
東京都中央区室町2の1
東京都千代田区大手町1の6
東京都千代田区丸ノ内3の5
東京都中央区日本橋蛸殻町3の2
東京都文京区柳町22
東京都北多摩郡狹江町岩戸1229
東京都千代田区丸の内3の8
東京都千代田区神田淡路町2の9
東京都荒川区日暮里町2の17

「地震」投稿規定

1. 論説の投稿は、原則として、地震学会で講演済みのものに限る。
2. 論説の長さは、当分の間、なるべく刷上り10頁（400字詰原稿用紙20枚位）以内とする。
3. 原稿は400字詰原稿用紙に横書に認め、仮名は平仮名、なるべく新仮名づかいを用い、外国語は片仮名又は原語を用いること。
4. 原稿用紙各頁に字数を赤字で明記すること。
5. 論説原稿には必ず欧文題目と欧文要旨をつけること。
6. 句読点、.等 を明瞭に記入すること。
7. 地名、人名の読みにくいものには振仮名をつけること。
8. 数字は漢字を用いず、アラビア数字を用いること。
9. 数式、特に本文中の式は、なるべく1行以上を占領せざる形（例えば、 k/μ , $\sin \{(s\pi x/l) - (s\pi ct/l)\}$ の如く）に書くこと。
10. 挿図は黒インキにて明瞭に書き、刷上り寸法又は縮率を必ず記入すること。刷上り寸法横12cm 縦18cm 以上にならないように注意すること。図の中の文字は刷上り1mm 以下にならぬよう特に注意すること。原稿に赤字で図の挿入場所を指定すること。
11. 挿図、表等の説明には欧文を用いること。
12. 引用文献は最後に本文中の引用箇所の番号を附して記載すること。
13. 註は脚註とし、引用箇所の番号（註1の如く）附して別紙にしたためること。
14. 特殊な図版は（折込、色刷、アート等、用紙を含み）当分の間著者が費用を負担すること。
15. 別刷は100部を贈呈し、それ以上は著者の負担とする。
16. 再校以後の校正は、編輯係に一任のこと。
17. 寄書は刷上り2頁未満（400字詰原稿用紙約5枚）とし、欧文題目をつけること。寄書の図面は、刷上り横6cm、又は12cm にするように書くこと。

昭和35年10月15日 印刷
昭和35年10月20日 発行

第2輯 第13巻 第3号

編輯発行
兼印刷者

東京大学理学部地球物理学教室内

地 震 学 会

代表者 飯 田 汲 事

東京都新宿区山吹町184番地

印刷所

株式会社 国際文献印刷社

笠 井 康 頼

発行所 東京大学理学部
地球物理学教室内

地 震 学 会

（振替東京11918番）

ZISIN

JOURNAL OF THE SEISMOLOGICAL SOCIETY OF JAPAN

Vol. 13, No. 3

SECOND SERIES

October 1960

ARTICLES

- Coupling Effect of Shear Vibrations of the Structure with
Elastic Foundations, and the Maximun Response of the
Rocking Motion Yasuo SATÔ and Rinzo YAMAGUCHI..127
- On the Torsional Oscillation of the Earth (Part 2)
..... Hitoshi TAKEUCHI and Masanori SAITÔ..141
- Where do Swells turn into Microseisms? Tetsuo A. SANTÔ..150
- Analysis of Dispersed Surface Waves Yasuo SATÔ..163

CORRESPONDENCES

- A Binary-two Phase Model of the Earth's Mantle and the
Structure of the C-layer..... Yasuo SHIMAZU and Tetsuyuki SAKATA..193
- A High Sensitive Starter Using Counting Tubes..... Yoshio YAMAZAKI..194
- SEISMOLOGICAL NOTES196

Published

by

the Seismological Society of Japan,

c/o Geophysical Institute, Faculty of Science, Tokyo University.

Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, Japan.